11b. ESERCIZI (DIVISIONE DI POLINOMI)

1) $\left(6x^4+23x^3-8x^2+10x-3\right):\left(x^2+4x-1\right)$
2) $\left(4a^4-a^2+8a-5\right):\left(2a^2-a+3\right)$
3) $\left(2y^3-4y+11\right):\left(y-1\right)$
4) $\left(16x^4-5x^2+9x\right):\left(4x^2-3x+2\right)$
5) $\left(x^6-3x^4+3x^2-1\right):\left(x^3-x^2-x+1\right)$
6) $\left(6b^4+11b^3-12b^2-5b+2\right):\left(b^2+2b-1\right)$
7) $\left(6t^5-8t^4+t^3-5t^2+10t-6\right):\left(2t^3-t-3\right)$
8) $\left(a^6+a^5+a^3+a^2+1\right):\left(a+2\right)$
9) $\left(-3x^4+2x^2+2x-1\right):\left(x-1\right)$
10) $\left(9t^4-16t^2+20t-4\right):\left(3t^2+4t-2\right)$
11) $\left(\frac{4}{9}x^3-\frac{7}{18}x^2-\frac{11}{24}x+\frac{3}{8}\right):\left(\frac{2}{3}x-\frac{3}{4}\right)$
12) $\left(\frac{1}{2}a^4-\frac{13}{6}a^3+4a^2-2a+2\right):\left(\frac{1}{2}a^2-2a+3\right)$
13) $\left(4x^3-\frac{5}{3}x^2+\frac{2}{3}x-\frac{1}{12}\right):\left(2x-\frac{1}{3}\right)$
14) $\left(x^4+x^3-x^2+x+1\right):\left(x-\frac{1}{2}\right)$
15) $\left(x^4-3x^3y+2x^2y^2+xy^3+y^4\right):\left(x^2-xy+y^2\right)$ (NOTA)
16) $\left(9x^4+12x^3y+4x^2y^2-y^4\right):\left(3x^2+2xy-y^2\right)$
17) $\left(x^3-8x^2y+77y^3\right):\left(x-5y\right)$
18) $\left(a^4+a^3b-6a^2b^2+ab^3+3b^4\right):\left(a^2-ab-b^2\right)$
19) $\left(a^5-a^4b-2a^3b^2+2a^2b^3+b^5\right):\left(a^2-ab-b^2\right)$
20) $\left(x^3+y^3\right):\left(x^2-xy+y^2\right)$
21) $\left(\frac{1}{16}x^2-x+\frac{11}{4}\right):\left(\frac{1}{2}x-1\right)$
22) $\left(\frac{1}{3}a^3-\frac{4}{3}a^2-\frac{40}{9}a-\frac{8}{9}\right):\left(2a^2-12a-\frac{8}{3}\right)$
23) $\left(3a^4-3b^4\right):\left(4a+4b\right)$
24) $\left(2a+3\right):\left(a+1\right)$
25) $\left(a^2+a+1\right):\left(a+1\right)$
26) $\left(x+1\right):x$ (*)
27) $x:\left(x+1\right)$ (*)

(*) *Negli esercizi 26, 27 il monomio viene pensato come caso particolare di polinomio*

28) In una divisione fra polinomi, il divisore è x^2+1, il quoziente $3x^2-x-2$, il resto $x+3$. E il dividendo?

NOTA

In casi di questo genere, quando si hanno due lettere,
i polinomi dividendo e divisore sono, di norma, omogenei.
La lettera che è ordinata secondo le potenze decrescenti viene pensata come la variabile, mentre la seconda lettera è "trattata" come una costante, che va a far parte dei coefficienti.

Quindi, ad esempio, il polinomio $x^4-3x^3y+2x^2y^2+xy^3+y^4$ è pensato nella variabile x:

$$x^4-3x^3y+2x^2y^2+xy^3+y^4=P(x),\quad \text{con coefficienti}\quad 1,\ -3y,\ 2y^2,\ y^3,\ y^4.$$

Volendo considerare come variabile la y, prima di effettuare la divisione occorrerebbe invertire l'ordine dei termini (sia nel dividendo che nel divisore).
E si osserverebbe che cambia anche il polinomio quoziente (a meno che il resto sia 0).

RISULTATI

1) $Q(x)=6x^2-x+2\quad R(x)=x-1$
2) $Q(a)=2a^2+a-3\quad R(a)=2a+4$
3) $Q(y)=2y^2+2y-2\quad R=9$
4) $Q(x)=4x^2+3x-1\quad R=2$
5) $Q(x)=x^3+x^2-x-1\quad R=0$
6) $Q(b)=6b^2-b-4\quad R(b)=2b-2$
7) $Q(t)=3t^2-4t+2\quad R=0$
8) $Q(a)=a^5-a^4+2a^3-3a^2+7a-14\quad R=29$
9) $Q(x)=-3x^3-3x^2-x+1\quad R=0$
10) $Q(t)=3t^2-4t+2\quad R(t)=4t$
11) $Q(x)=\frac{2}{3}x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{2}\quad R=0$
12) $Q(a)=a^2-\frac{1}{3}a+\frac{2}{3}\quad R(a)=\frac{1}{3}a$
13) $Q(x)=2x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\quad R=0$
14) $Q(x)=x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{1}{4}x+\frac{7}{8}\quad R=\frac{23}{16}$
15) $Q(x)=x^2-2xy-y^2\quad R(x)=2xy^3+2y^4$
16) $Q(x)=3x^2+2xy+y^2\quad R=0$
17) $Q(x)=x^2-3xy-15y^2\quad R=2y^3$
18) $Q(a)=a^2+2ab-3b^2\quad R=0$
19) $Q(a)=a^3-ab^2+b^3\quad R=2b^5$
20) $Q(x)=x+y\quad R=0$
21) $Q(x)=\frac{1}{8}x-\frac{7}{4}\quad R=1$
22) $Q(a)=\frac{1}{6}a+\frac{1}{3}\quad R=0$
23) $Q(a)=\frac{3}{4}a^3-\frac{3}{4}a^2b+\frac{3}{4}ab^2-\frac{3}{4}b^3\quad R=0$
24) $Q=2\quad R=1$
25) $Q(a)=a\quad R=1$
26) $Q=1\quad R=1$
27) $Q=1\quad R=-1$
28) Il dividendo è $3x^4-x^3+x^2+1$. Per determinarlo, basta utilizzare la relazione $Q(x)\cdot B(x)+R(x)=A(x)$.