

## 14. QUADRATO DI UN TRINOMIO E, PIU' IN GENERALE, DI UN POLINOMIO

$$\begin{aligned} (a+b+c)^2 &= (a+b+c)(a+b+c) = \\ &= a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2 = \boxed{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc} \end{aligned}$$

Il quadrato di un **TRINOMIO** si esegue facendo:

- il quadrato del primo termine
- il quadrato del secondo
- il quadrato del terzo
- il doppio prodotto del primo per il secondo
- il doppio prodotto del primo per il terzo
- il doppio prodotto del secondo per il terzo

$$\begin{aligned} (a+b+c+d)^2 &= (a+b+c+d)(a+b+c+d) = \\ &= a^2 + ab + ac + ad + ab + b^2 + bc + bd + ac + bc + c^2 + cd + ad + bd + cd + d^2 = \\ &= \boxed{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a+b+c+d+e)^2 &= \dots = \\ &\boxed{\begin{aligned} &a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 + \\ &+ 2ab + 2ac + 2ad + 2ae + \\ &+ 2bc + 2bd + 2be + \\ &+ 2cd + 2ce + \\ &+ 2de \end{aligned}} \end{aligned}$$

In generale, il quadrato di un **POLINOMIO** si esegue facendo

- il quadrato di ciascun termine;
- il doppio prodotto di ciascun termine per ciascuno dei successivi

**Esempi** di applicazione delle formule:

- a)  $(\boxed{3x} - \boxed{4y} + \boxed{5})^2 = 9x^2 + 16y^2 + 25 - 24xy + 30x - 40y$
- b)  $(x^2 - x - 2)^2 = x^4 + x^2 + 4 - 2x^3 - 4x^2 + 4x = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4$
- c)  $\left(\frac{1}{3}x^2 + \frac{6}{5}x - \frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}x^2\right)^2 + \left(\frac{6}{5}x\right)^2 + \left(-\frac{3}{4}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{3}x^2 \cdot \frac{6}{5}x + 2 \cdot \frac{1}{3}x^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + 2 \cdot \frac{6}{5}x \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) =$   
 $= \frac{1}{9}x^4 + \frac{36}{25}x^2 + \frac{9}{16} + \frac{4}{5}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{9}{5}x = \frac{1}{9}x^4 + \frac{4}{5}x^3 + \frac{72-25}{50}x^2 - \frac{9}{5}x + \frac{9}{16} = \frac{1}{9}x^4 + \frac{4}{5}x^3 + \frac{47}{50}x^2 - \frac{9}{5}x + \frac{9}{16}$
- d)  $(3a - x + y - 1)^2 = 9a^2 + x^2 + y^2 + 1 - 6ax + 6ay - 6a - 2xy + 2x - 2y$

### ESERCIZI

- 1)  $(1+x+y)^2$       2)  $(3a-2b-c)^2$       3)  $(5a^2-a+1)^2$       4)  $(y^4+y^3+y^2+y+1)^2$
- 5) Verifica la validità:  dell'uguaglianza 3) per  $a=1$  e poi per  $a=2$ ;  della 4) per  $y=\pm 1$
- 6)  $\left(-\frac{1}{4}ab - \frac{1}{2}ac + 2bc\right)^2$       7)  $\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y - z\right)^2$       8)  $(a^k + 5a - 6)^2$       9)  $(x^{3k} - x^p - x^2 - x)^2$

### RISULTATI

- 1)  $1+x^2+y^2+2x+2y+2xy$       2)  $9a^2+4b^2+c^2-12ab-6ac+4bc$
- 3)  $25a^4-10a^3+11a^2-2a+1$       4)  $y^8+2y^7+3y^6+4y^5+5y^4+4y^3+3y^2+2y+1$
- 6)  $\frac{1}{16}a^2b^2 + \frac{1}{4}a^2c^2 + 4b^2c^2 + \frac{1}{4}a^2bc - ab^2c - 2abc^2$       7)  $\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{4}y^2 + z^2 - \frac{1}{3}xy - \frac{2}{3}xz + yz$
- 8)  $a^{2k} + 25a^2 + 36 + 10a^{k+1} - 12a^k - 60a$
- 9)  $x^{6k} + x^{2p} + x^4 + x^2 - 2x^{3k+p} - 2x^{3k+2} - 2x^{3k+1} + 2x^{p+2} + 2x^{p+1} + 2x^3$