

17. COMPLEMENTI SUI PRODOTTI NOTEVOLI

Ti presento in questo paragrafo qualche approfondimento interessante.

A. Possiamo “ritrovare” la nota formula per il **quadrato di un trinomio** anche procedendo come segue:

$$\begin{aligned}(a+b+c)^2 &= [(a+b)+c]^2 = (a+b)^2 + 2(a+b) \cdot c + c^2 = a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 = \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc\end{aligned}$$

Analogamente, si potrà scrivere, per il **quadrato di un quadrinomio**:

$$\begin{aligned}(a+b+c+d)^2 &= [(a+b)+(c+d)]^2 = (a+b)^2 + 2(a+b)(c+d) + (c+d)^2 = \\ &= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + c^2 + 2cd + d^2 = \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd\end{aligned}$$

oppure, in alternativa:

$$\begin{aligned}(a+b+c+d)^2 &= [(a+b+c)+d]^2 = (a+b+c)^2 + 2(a+b+c) \cdot d + d^2 = \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc + 2ad + 2bd + 2cd + d^2 = \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd\end{aligned}$$

□ **Esercizio 1.** Ricostruisci la formula per il quadrato di un polinomio di 5 termini scrivendo:

$$(a+b+d+c+e)^2 = [(a+b+c)+(d+e)]^2 \quad \text{Correzione } \Rightarrow$$

B. Un prodotto come $(a+b+c)(a-b-c)$, se svolto “normalmente”, porterebbe a ottenere 9 termini.

In alternativa, possiamo fare così:

$$\begin{aligned}(a+b+c)(a-b-c) &= [a+(b+c)][a-(b+c)] = \\ &= a^2 - (b+c)^2 = \\ &= a^2 - (b^2 + 2bc + c^2) = a^2 - b^2 - 2bc - c^2\end{aligned}$$

Nel passaggio $a-b-c = a-(b+c)$, si dice che “si è messo in evidenza il segno -”.

“**METTERE IN EVIDENZA IL SEGNO -**”

**significa prendere un POLINOMIO
e riscriverlo come -(POLINOMIO COI SEGNI CAMBIATI)**

Altri esempi:

$$4a^2 - 3a - 2 = -(-4a^2 + 3a + 2) \quad -x^3 + x^2y - xy^2 + y^3 = -(x^3 - x^2y + xy^2 - y^3)$$

Ed ecco ancora un caso in cui “mettere in evidenza il segno -” si rivela utile ai fini del calcolo:

$$\begin{aligned}(x^3 + x^2 - 2x + 4)(x^3 - x^2 + 2x + 4) &= (x^3 + 4 + x^2 - 2x)(x^3 + 4 - x^2 + 2x) = \\ &= [(x^3 + 4) + (x^2 - 2x)][(x^3 + 4) - (x^2 - 2x)] = \\ &= (x^3 + 4)^2 - (x^2 - 2x)^2 = \\ &= x^6 + 8x^3 + 16 - (x^4 - 4x^3 + 4x^2) = \\ &= x^6 + 8x^3 + 16 - x^4 + 4x^3 - 4x^2 = x^6 - x^4 + 12x^3 - 4x^2 + 16\end{aligned}$$

□ **Esercizio 2**

Correzione \Rightarrow

Svolgi i seguenti prodotti nel modo ottimale:

$$\begin{array}{lll}(3x+2y+z)(3x-2y-z) & (3x+2y-z)(3x-2y+z) & (a+b+c+d)(a-b-c-d) \\ (3x+2y+z)(3x+2y-z) & (3x+2y+z)(3x-2y+z) & (a+b+c+d)(a+b+c-d)\end{array}$$

