3. IL MONDO DELLE EQUAZIONI E' MOLTO VARIO

EQUAZIONE = "UGUAGLIANZA PROBLEMATICA":
un'equazione è un'uguaglianza, contenente un numero sconosciuto, "incognito" (generalmente indicato con *x*), che ci chiede di determinare per quali valori di *x*, ammesso che esistano, l'uguaglianza stessa è verificata.

Esistono equazioni:

con una e una sola soluzione

$$7(x+1)=8x-(3x-5)$$
$$7x+7=8x-3x+5$$
$$7x-8x+3x=5-7$$
$$2x=-2;\quad \boxed{x=-1}$$

Altro esempio:

$$7(x+1)=8x-(3x-7)$$
$$7x+7=8x-3x+7$$
$$7x-8x+3x=7-7$$
$$2x=0;\quad \boxed{x=0}$$

impossibili, cioè prive di soluzioni

$$7(x+1)=8x-(x-5)$$
$$7x+7=8x-x+5$$
$$7x-8x+x=5-7$$
$$0\cdot x=-2$$

Noi cerchiamo dunque un numero *x* che, moltiplicato per 0, dia –2; ma NESSUN numero gode di questa proprietà, quindi questa equazione è IMPOSSIBILE , priva di soluzioni.

In generale, ogni equazione che si possa portare sotto la forma $0\cdot x=b,\ \ con\ b\neq 0$, è IMPOSSIBILE

Nel nostro esempio, noi avremmo anche potuto semplificare al secondo passaggio:

$$7(x+1)=8x-(x-5)$$
$$\cancel{7x}+7=\cancel{8x}\cancel{-x}+5$$
$$7=5$$

ottenendo un'uguaglianza numerica FALSA.

Se, in un'equazione, è possibile semplificare in modo tale che l'equazione stessa si riduca ad **un'uguaglianza *numerica* (= senza più la *x*) FALSA**, allora l'equazione è IMPOSSIBILE, cioè priva di soluzioni.

indeterminate, cioè con infinite soluzioni

$$5(x+1)=8x-(3x-5)$$
$$5x+5=8x-3x+5$$
$$5x-8x+3x=5-5$$
$$0\cdot x=0$$

Noi cerchiamo dunque un numero *x* che, moltiplicato per 0, dia 0; ma QUALSIASI numero gode di questa proprietà, quindi questa equaz. è INDETERMINATA , ovvero ha infinite soluzioni, perché qualsiasi numero ne è soluzione.

In generale, ogni equazione che si possa portare sotto la forma $0\cdot x=0$ è INDETERMINATA

Nel nostro esempio, noi avremmo anche potuto semplificare al secondo passaggio:

$$5(x+1)=8x-(3x-5)$$
$$\cancel{5x}\ \cancel{+5}=\cancel{8x}\ \cancel{-3x}\ \cancel{+5}$$
$$0=0$$

ottenendo un'uguaglianza numerica VERA.

Se, in un'equazione, è possibile semplificare in modo tale che l'equazione stessa si riduca ad **un'uguaglianza *numerica* (= senza più la *x*) VERA**, allora l'equazione è INDETERMINATA (= ha infinite soluzioni).

dotate di un numero finito, ma maggiore di 1, di soluzioni

$$(2x-1)(3x-1)=1$$
$$6x^2-2x-3x\cancel{+1}=\cancel{1}$$
$$6x^2-5x=0$$
$$x(6x-5)=0$$
$$\boxed{x=0}\ \boxed{oppure}\ 6x-5=0;\ 6x=5;\ \boxed{x=\frac{5}{6}}$$

$$x^3-4x=0;\quad x(x^2-4)=0\ \ da\ cui$$
$$\boxed{x=0}\ \boxed{oppure}\ x^2-4=0;\ x^2=4;\ \boxed{x=\pm 2}$$

Legge di annullamento del prodotto
Se almeno uno dei fattori è nullo il prodotto vale 0; *e viceversa*: se un prodotto è uguale a 0, allora certamente almeno uno dei fattori è 0.

IDENTITA' ♥ **Un'identità è una UGUAGLIANZA LETTERALE SEMPRE VERIFICATA, per qualunque valore ammissibile dato alle lettere coinvolte**
(vanno tolti, se ce ne sono, i valori che fanno perdere significato a uno o a entrambi i membri)

Esempi: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $\quad 2(x+5)=2x+10$ $\quad \dfrac{2x-6}{x-3}=2$ (verificata per ogni *x*, *tranne che* per $x=3$)

In che cosa, dunque, un'identità differisce da un'equazione indeterminata?
La differenza sta più che altro nell'atteggiamento psicologico con cui si guarda all'uguaglianza.
Se un'uguaglianza letterale è studiata allo scopo di determinare i valori delle lettere per cui è verificata, e alla fine si trova che tali valori sono infiniti, si concluderà che si è di fronte a un'equazione indeterminata.
Se un'uguaglianza viene costruita deliberatamente in modo tale da risultare verificata per qualsiasi valore ammissibile delle lettere in gioco, allora si parlerà di "identità".