

3. I GRAFICI DELLA PROPORZIONALITA' DIRETTA E INVERSA

- A) Riprendiamo ancora l'esempio di **GRANDEZZE DIRETTAMENTE PROPORZIONALI** da cui eravamo partiti (pag. 178):
gli *euro* guadagnati dalla signora delle pulizie e le sue *ore* di lavoro (il costo orario era di 8 euro).

ore x	euro y
1	8
2	16
3	24
4	32
5	40
...	...

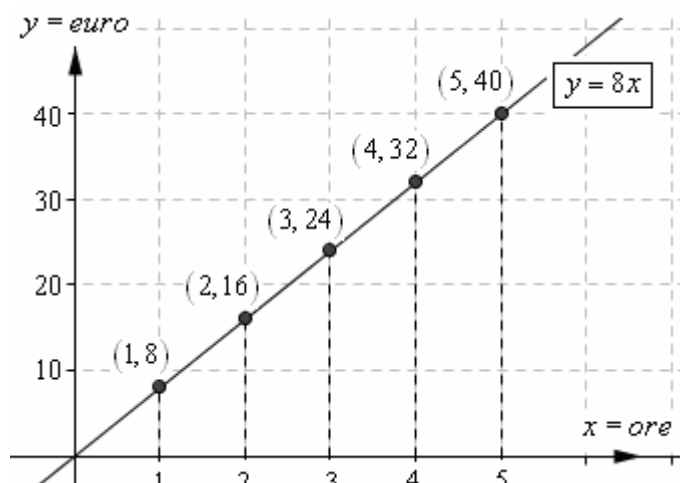
Indicato con x il numero di *ore*, e con y il numero corrispondente di *euro*, la relazione che lega x con y è la

$$y = 8x$$

e rappresentando questa funzione $y = 8x$ in un riferimento cartesiano, ossia evidenziando nel riferimento quei punti le cui coordinate (x, y) sono costituite da una coppia di valori che si corrispondono

(1,8) (2,16) (3,24) (4,32) (5,40) ...

vediamo che questi punti sono **ALLINEATI** fra loro: stanno tutti su di una **RETTA** (passante per l'origine).



Abbiamo scelto, per ovvi motivi di opportunità, unità di misura diverse in orizzontale (1 quadretto = 1 ora) e in verticale (1 quadretto = 10 euro).

I punti sarebbero risultati allineati anche scegliendo le unità di misura in modo diverso.

Se si rappresenta sul piano cartesiano la legge che lega due grandezze **DIRETTAMENTE PROPORZIONALI** x, y

$$y = k \cdot x$$

si ha sempre che i punti del grafico sono *allineati* fra loro: essi giacciono su di una **RETTA PASSANTE PER L'ORIGINE**.

- Una particella materiale libera (non soggetta, cioè, a forze) appare, ad un osservatore “inerziale” (ossia, libero a sua volta), in quiete oppure in moto rettilineo uniforme con velocità v costante. La legge spazio-tempo è $s = vt$ e lo spazio percorso è direttamente proporzionale al tempo del moto.
- Una molla che sia stata allungata o compressa di una certa lunghezza x esercita una forza elastica definita dalla relazione $F = -kx$ (il segno $-$ sta a indicare che il verso della forza è opposto a quello della deformazione), essendo k la “costante elastica” della molla. La forza F è perciò direttamente proporzionale all’allungamento o compressione x .
- Un corpo di massa m che si trovi ad una altezza h da terra ha una “energia potenziale gravitazionale” $U = mgh$, dove g è una costante, data dall’accelerazione di gravità sulla superficie terrestre. Perciò l’energia potenziale gravitazionale di un corpo è direttamente proporzionale all’altezza a cui si trova.
- La legge di Stevino afferma che la pressione di un liquido di densità ρ ad una data profondità h è data da $p = \rho gh$ ed è quindi direttamente proporzionale alla profondità.

B) E il grafico di una **PROPORZIONALITÀ INVERSA**, che forma avrà?

Riprendiamo l'esempio del tragitto fisso di 2 km percorso a differenti velocità (pag. 179): velocità e tempo di percorrenza erano grandezze inversamente proporzionali, perché raddoppiando la velocità dimezzava il tempo impiegato.

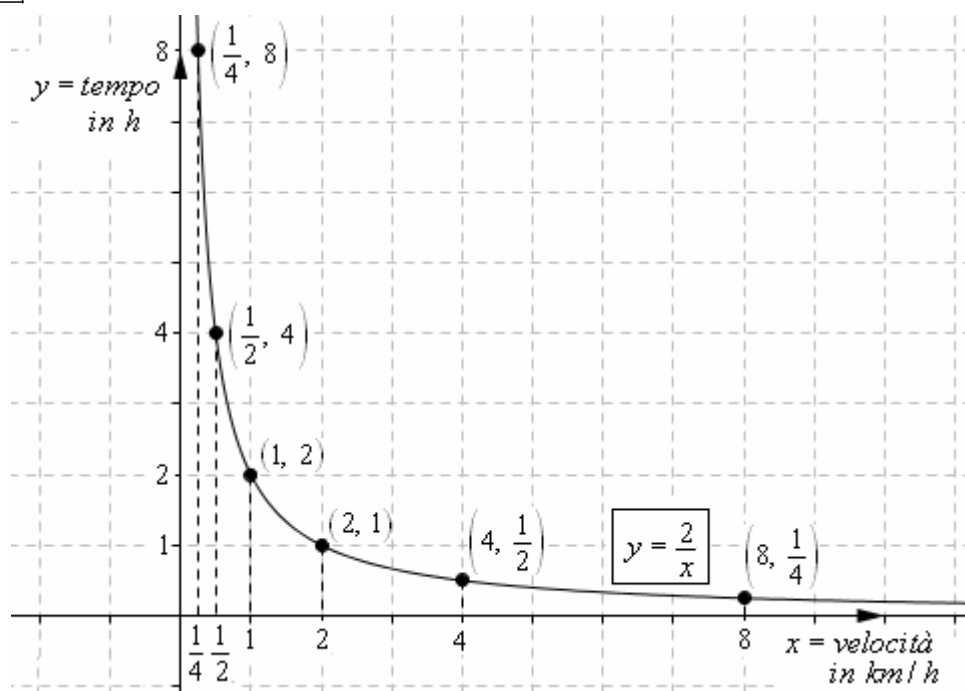
Velocità x in km all'ora	tempo y in ore per fare i 2 km
1/4	8
1/2	4
1	2
2	1
4	1/2
8	1/4
...	...

La formula era

$$\text{tempo} = \frac{2}{\text{velocità}} \quad (\text{tempo in ore, distanza fissa di 2 km, velocità espressa in km all'ora})$$

ossia

$$y = \frac{2}{x} \quad (xy = 2)$$



Se si rappresenta sul piano cartesiano la legge che lega due grandezze **INVERSAMENTE PROPORZIONALI** x, y

$$y = \frac{k}{x}$$

i punti del grafico giacciono su di un **RAMO DI IPERBOLE**.

- La 2^a legge di Newton, se viene scritta nella forma $a = F/m$, ci dice che l'accelerazione a subita da un corpo di massa m quando gli viene applicata una forza di intensità F ,
 - è direttamente proporzionale alla forza,
 - ed è (per una forza fissata) inversamente proporzionale alla massa.
- Per un gas perfetto sottoposto a una trasformazione isoterma (= a temperatura costante) vale la legge di Boyle-Mariotte, secondo la quale pressione e volume sono inversamente proporzionali:

$$p \cdot V = \text{costante}, \quad V = \frac{\text{costante}}{p}, \quad p = \frac{\text{costante}}{V}$$