2. LA RISOLUZIONE DI UN PROBLEMA CON PIU' DI UNA INCOGNITA: CONSIDERAZIONI GENERALI

Di fronte ad un problema, *di norma è preferibile la risoluzione con una sola incognita*, la quale, come sappiamo, si svolge in tre fasi:

1) Porre l'incognita
2) Esprimere le varie quantità in gioco per mezzo dell'incognita
3) Impostare l'equazione risolvente

Se, tuttavia, la fase 2) si preannuncia come *particolarmente difficoltosa*, ossia:

se accade che, comunque si ponga l'incognita,
si prospetti poi molto complicato
esprimere le varie quantità in gioco tramite l'incognita scelta,
allora si passerà ad una impostazione con due o più incognite.

Si dovranno in tal caso scrivere tante equazioni quante sono le incognite poste,
e raggruppare queste equazioni nella cosiddetta "graffa di sistema".

Vedremo più avanti, in un capitolo apposito (pag. 402), cosa accade quando il numero delle condizioni non coincide col numero delle incognite.

Si dice dunque
"SISTEMA DI EQUAZIONI"
un gruppo di due o più equazioni,
contenenti due o più incognite,
rispetto al quale l'obiettivo è
di trovare quei valori delle incognite che verificano
♥ CONTEMPORANEAMENTE TUTTE
le equazioni in gioco, NESSUNA ESCLUSA.

In lingua Inglese, in effetti, troviamo scritto
"system of equations"
oppure, in alternativa, "SIMULTANEOUS equations",
ossia equazioni per le quali cerchiamo quei valori delle incognite
che le soddisfino *simultaneamente tutte quante*.

La "graffa di sistema" $\{$
significa "ET":

$$\begin{cases}(1)\\(2)\\(3)\end{cases} \quad \textit{è come dire} \quad \begin{array}{c}(1)\\ ET\\ (2)\\ ET\\ (3)\end{array}$$

3. SISTEMI DI EQUAZIONI: ALTRI ESEMPI SVOLTI (SOSTITUZIONE)

Ecco qui di seguito due altri esempi svolti e commentati

- $\begin{cases}3x+4y=5\\ \dfrac{1}{3}-\dfrac{y}{6}=\dfrac{1}{2}-x\end{cases};\quad \begin{cases}3x+4y=5\\ \dfrac{2-y}{\cancel{6}}=\dfrac{3-6x}{\cancel{6}}\end{cases}$

$$\begin{cases}3x+4y=5\\ 6x-y=1\end{cases}\quad (*)$$

$$\begin{cases}-y=1-6x;\quad y=6x-1\\ 3x+4(6x-1)=5\end{cases}$$

$$\begin{cases}y=6x-1\\ 3x+24x-4=5;\quad 27x=9;\quad x=1/3\end{cases}$$

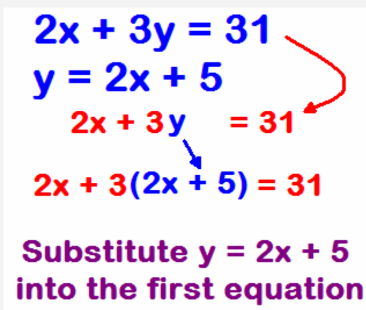
$$\begin{cases}x=1/3\\ y=6x-1=6\cdot\dfrac{1}{3}-1=2-1=1\end{cases}$$

Verifica: $\begin{cases}3\cdot\dfrac{1}{3}+4\cdot 1=5\\ 6\cdot\dfrac{1}{3}-1=1\end{cases};\quad \begin{cases}1+4=5\\ 2-1=1\end{cases}\quad OK$

♥ SE CI SONO DEI DENOMINATORI, ELIMINARLI IN MODO CORRETTO;

PORTARE IN FORMA NORMALE (quasi sempre molto conveniente)

(*) In questo caso è conveniente isolare y dalla seconda equazione; infatti questa contiene il termine $-y$, nel quale y ha come coefficiente -1, per cui, per isolare la y, occorrerà a un certo punto effettuare un cambiamento dei segni, ma in compenso non verrà introdotto alcun denominatore!



Dal sito http://maths.nayland.school.nz

❑ $$\begin{cases} \dfrac{\dfrac{x-2y-2}{3}-\dfrac{4x-y}{6}}{2}=1 \\ \dfrac{x+y-3}{5}=\dfrac{x-y-1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\dfrac{x-2y-2}{3}-\dfrac{4x-y}{6}\right)\cdot\dfrac{1}{2}=1 & (1) \\ \dfrac{2x+2y-6}{\cancel{10}}=\dfrac{5x-5y-5}{\cancel{10}} & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{2x-4y-4-4x+y}{6}\cdot\dfrac{1}{2}=1 \\ 2x+2y-6=5x-5y-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{-2x-3y-4}{12}=1 \\ 2x-5x+2y+5y=6-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x-3y-4=12 & (3) \\ -3x+7y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x-3y=16 \\ -3x+7y=1 \end{cases};\quad \begin{cases} 2x+3y=-16 \\ 3x-7y=-1 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} 2x=-16-3y;\quad x=\dfrac{-16-3y}{2} \\ 3\cdot\dfrac{-16-3y}{2}-7y=-1 \quad (5) \end{cases}$$

$$\frac{-48-9y}{2}-7y=-1$$

$$-48-9y-14y=-2$$

$$-23y=46;\quad y=-2$$

$$\begin{cases} y=-2 \\ x=\dfrac{-16-3y}{2}=\dfrac{-16+6}{2}=\dfrac{-10}{2}=-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-5 \\ y=-2 \end{cases} \quad (6)$$

Per esercizio,
puoi risolvere i sistemi seguenti:

I) $\begin{cases} 3x+4y=50 \\ 7x+y=0 \end{cases}$

II) $\begin{cases} 2x-y+10=0 \\ 3(x+5)-7y=0 \end{cases}$

III) $\begin{cases} 3(x-y)=7-y \\ \dfrac{2x+3}{5}+\dfrac{1}{2}y=0 \end{cases}$

IV) $\begin{cases} x-2y=\dfrac{1+2y}{3} \\ 4(x-1)-4(y-1)=3x \end{cases}$

facendo poi la
VERIFICA PER SOSTITUZIONE.

(1)
L'equazione $\dfrac{\dfrac{x-2y-2}{3}-\dfrac{4x-y}{6}}{2}=1$

è stata riscritta come $\left(\dfrac{x-2y-2}{3}-\dfrac{4x-y}{6}\right)\cdot\dfrac{1}{2}=1$

allo scopo di eliminare le linee di frazione sovrapposte.
A dire il vero, sarebbe stato qui molto più "furbo"
raggiungere lo stesso obiettivo
moltiplicando per 2 entrambi i membri:

$$\cancel{2}\cdot\frac{\dfrac{x-2y-2}{3}-\dfrac{4x-y}{6}}{\cancel{2}}=1\cdot 2;\quad \frac{x-2y-2}{3}-\frac{4x-y}{6}=2$$

(2)
L'equazione $\dfrac{x+y-3}{5}=\dfrac{x-y-1}{2}$
avrebbe potuto essere privata dei denominatori anche col
♥ **metodo delle "MOLTIPLICAZIONI INCROCIATE"**:

$$\frac{x+y-3}{5}=\frac{x-y-1}{2} \quad \leftrightarrow \quad 2\cdot(x+y-3)=5\cdot(x-y-1)$$

Infatti, in generale, è

$$\boxed{\frac{a}{b}=\frac{c}{d}} \Leftrightarrow \cancel{b}d\cdot\frac{a}{\cancel{b}}=\frac{c}{\cancel{d}}\cdot b\cancel{d} \Leftrightarrow \boxed{ad=bc}$$

(3)
Qui abbiamo eliminato il denominatore nell'equazione

$$\frac{-2x-3y-4}{12}=1$$

moltiplicandone ambo i membri per 12.

(4)
E' preferibile, in linea di massima,
fare in modo che
i coefficienti delle incognite
siano prevalentemente positivi
(soprattutto, è ritenuto "elegante", anche se
non è per nulla indispensabile, che sia positivo il primo).
A tale scopo, è possibile cambiare tutti i segni
(è come moltiplicare sia il 1° che il 2° membro per –1).

(5)
Ecco ottenuta l'equazione risolvente del sistema,
quella a una sola incognita.
Se, come in questo caso,
la sua risoluzione richiede diversi passaggi,
direi che sia inutile trascrivere sempre,
per ciascuno dei passaggi, la graffa di sistema;
risolviamo "a parte" l'equazione,
poi, quando avremo finalmente trovato la soluzione,
ritorneremo al sistema con la sua graffa.

(6)
E' **opportuno** che nell'**ultimo passaggio**
le **incognite** siano **trascritte**
nel loro ordine alfabetico-logico.