

5. SISTEMI CON PIU' DI DUE INCOGNITE: METODO DI SOSTITUZIONE

□ Esempio 1

$$\begin{cases} 2(x-z) = 1+3y \\ 4x-y-4z = 7 \\ \frac{x-6}{4} + \frac{x+y}{3} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-2z = 1+3y \\ 4x-y-4z = 7 \\ \frac{3x-18+4x+4y}{\cancel{12}} = \frac{0}{\cancel{12}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-3y-2z = 1 & \text{Così il sistema} \\ 4x-y-4z = 7 & \text{è in FORMA} \\ 7x+4y = 18 & \text{NORMALE} \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} -y = -4x + 4z + 7; & y = 4x - 4z - 7 \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} 2x - 3(4x - 4z - 7) - 2z = 1 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 7x + 4(4x - 4z - 7) = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 4x - 4z - 7 \\ 2x - 12x + 12z + 21 - 2z = 1 \\ 7x + 16x - 16z - 28 = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 4x - 4z - 7 \\ -\cancel{10}x + \cancel{10}z = -\cancel{20}^2 \\ 23x - 16z = 46 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 4x - 4z - 7 \\ z = x - 2 \\ 23x - 16(x - 2) = 46; \dots x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ z = 2 - 2 = 0 \\ y = 8 - 0 - 7 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$$

♥ **Coi sistemi in tre o più incognite è più che mai RACCOMANDATA la comoda VERIFICA FINALE sostituendo nel sistema di partenza. TUTTE le equazioni dovranno essere verificate dai valori trovati!**

□ Esempio 3

Col sistema seguente opereremo ancora sostanzialmente per **sostituzione**, ma con una **variante**.

$$\begin{cases} a-2b=2 \\ b+c=-3 \\ d-b=3 \\ b+2e=1 \\ a+b+c+d+e=0 \end{cases} \quad \begin{cases} a=2+2b \\ c=-3-b \\ d=3+b \\ e=\frac{1-b}{2} \\ 2+2b+\cancel{b-3}+\cancel{b+3}+b+\frac{1-b}{2}=0; \dots; b=-1 \end{cases} \quad \begin{cases} a=2-2=0 \\ b=-1 \\ c=-3-(-1)=-3+1=-2 \\ d=3-1=2 \\ e=\frac{1-(-1)}{2}=\frac{1+1}{2}=\frac{2}{2}=1 \end{cases}$$

Avendo notato che tramite le prime 4 equazioni

le 4 incognite a, c, d, e potevano essere facilmente espresse per mezzo della sola b, abbiamo operato di conseguenza, col vantaggio che, sostituendo poi nell'ultima equazione, questa si è immediatamente ridotta a contenere un'unica incognita. E vai!

PRIMO OBIETTIVO:

PORTARE IN "FORMA NORMALE" !!!

♥ Ricordiamo (è davvero importante!) che quando si deve risolvere un sistema di equazioni, quasi sempre conviene **innanzitutto portarlo in "FORMA NORMALE"**.

Insomma, **in ciascuna equazione** si farà in modo di avere:
a 1° membro, un termine per ogni incognita presente;
a 2° membro, il termine noto;
il tutto, SENZA DENOMINATORI.

COME SI APPLICA IL METODO DI SOSTITUZIONE CON PIU' INCOGNITE

Si isola un'incognita da una qualsiasi delle n equazioni e poi **si va a sostituire** nelle n-1 equazioni restanti l'espressione che si è ottenuta a secondo membro.

Si perviene così ad un "**sottosistema**" di n-1 equazioni in n-1 incognite.

Iterando (= ripetendo) eventualmente **il procedimento** su questo sotto-sistema, si può abbassare progressivamente il numero delle equazioni e delle incognite su cui lavorare, fino ad ottenere **un'equazione con un'incognita sola**.

□ Esempio 2

$$\begin{cases} x+2y+3z=5 \\ 3x+2y+z=5 \\ 5x+4y+4z=11 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Questo sistema} \\ \text{è già in} \\ \text{FORMA NORMALE} \end{array}$$

$$\begin{cases} x=5-2y-3z \\ 3(5-2y-3z)+2y+z=5; \dots; -4y-8z=-10; \\ 5(5-2y-3z)+4y+4z=11; \dots; -6y-11z=-14; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=5-2y-3z \\ 2y+4z=5 \\ 6y+11z=14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=5-2y-3z \\ y=\frac{5-4z}{2} \end{cases}$$

$$\cancel{6}^3 \cdot \frac{5-4z}{\cancel{2}} + 11z = 14; \quad 15 - 12z + 11z = 14; \quad -z = -1; \quad z = 1$$

$$\begin{cases} z=1 \\ y=\frac{5-4}{2}=\frac{1}{2} \\ x=5-1-3=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=1 \\ y=\frac{1}{2} \\ z=1 \end{cases}$$