6. SISTEMI CON PIU' DI DUE INCOGNITE: METODO DI RIDUZIONE

❑ Esempio 1

$$2\cdot\begin{cases}2x-3y-2z=1\\4x\ -y-4z=7\\7x+4y+3z=18\end{cases}$$

$$\begin{cases}4x-6y-4z=2\\4x\ -y-4z\ =7\\7x+4y+3z\ =18\end{cases}$$

$$\begin{matrix}(1)-(2)\\(1)\\(3)\end{matrix}\begin{cases}-5y=-5;\ \ y=1\\2x-3y-2z=1\\7x+4y+3z=18\end{cases}$$

$$\begin{cases}y=1\\2x-3-2z=1\\7x+4+3z=18\end{cases}\qquad\begin{cases}y=1\\\cancel{2}x-\cancel{2}z=\cancel{4}\,2\\7x+3z=14\end{cases}$$

$$\begin{cases}y=1\\x=z+2\\7(z+2)+3z=14;\ \ z=0\end{cases}\qquad\begin{cases}x=2\\y=1\\z=0\end{cases}$$

♥ **L'INCOLONNAMENTO**
dei termini con la stessa incognita dà veramente una marcia in più al metodo di riduzione

❑ Esempio 2

$$\begin{cases}2y+3z=4\\3x+2y+z=8\\5x+4y+4z=16\end{cases}$$

Per prima cosa, metto in colonna …

$$\begin{cases}\qquad\ 2y+3z=4\\3x+2y+z\ \ =8\\5x+4y+4z=16\end{cases}$$

$$\begin{matrix}(1)+(2)-(3)\\(1)\\(2)\end{matrix}\begin{cases}-2x=-4;\ x=2\\2y+3z=4\\3x+2y+z\ =8\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=2\\2y+3z=4\\6+2y+z\ =8\end{cases}\qquad\begin{cases}x=2\\2y+3z=4\\2y+z\ =2\end{cases}$$

$$\begin{matrix}\\(2)-(3)\\(3)\end{matrix}\begin{cases}x=2\\2z=2\\2y+z\ =2\end{cases}\qquad\begin{cases}x=2\\z=1\\\dots\ y=1/2\end{cases}$$

NOTA: cos'è una "combinazione lineare"
Si dice "combinazione lineare"
una somma algebrica i cui termini
sono oggetti matematici della stessa specie,
ciascuno moltiplicato per un suo coefficiente.
Gli "oggetti" in questione potranno essere
vettori, equazioni, funzioni, ecc. ecc. ecc.:
si possono "combinare linearmente"
tutte le entità per le quali abbia senso parlare
 (I) di somma
 (II) e di moltiplicazione per un coefficiente.
Il risultato della combinazione lineare
sarà ancora un oggetto della stessa specie.
Ad esempio, $3\vec{v}+4\vec{w}$ o $-\vec{v}+0{,}3\vec{w}$
sono due fra le infinite possibili
combinazioni lineari dei due vettori $\vec{v},\ \vec{w}$.

COME SI APPLICA IL METODO DI RIDUZIONE CON PIU' INCOGNITE

Si tratta di coinvolgere 2 o più equazioni
in addizioni o sottrazioni membro a membro,
eventualmente dopo aver moltiplicato
una o più di queste equazioni per opportuni coefficienti
(*combinazione lineare* delle equazioni:
vedi NOTA in fondo alla pagina),
con lo scopo di pervenire ad un'equazione con 1 sola incognita,
o, almeno, di rendere più semplice il sistema.

❑ OCCHIO AL "RECUPERO" delle equazioni!
♥ **Se un'equazione non è stata coinvolta nelle addizioni o sottrazioni, è OBBLIGATORIO recuperarla.**

❑ Almeno in generale, qualunque sia il metodo di risoluzione, **se il sistema conteneva inizialmente n equazioni,** occorre **procedere ad ogni passaggio sempre con n equazioni. Vedremo più avanti (pag. 400) casi che fanno eccezione.**

❑ **Dopo aver iniziato a risolvere per riduzione, si può proseguire indifferentemente ancora con riduzione, oppure con sostituzione.**

❑ Esempio 3

$$\begin{cases}3x+4y+6z=7\\4x+6y+7z=8\\3x+5y+7z=9\end{cases}$$

$$\begin{matrix}(3)-(1)\\(2)-(3)\\(1)\end{matrix}\begin{cases}y+z=2\\x+y=-1\\3x+4y+6z=7\end{cases}$$

dopodiché, avendo semplificato parecchio il sistema dato,
potremo procedere tranquillamente per sostituzione.

❑ Esempio 4

Concludiamo con un sistema "notevole",
molto particolare
(il "**sistema delle somme a due a due**"):

$$\begin{matrix}(1)\\(2)\\(3)\end{matrix}\begin{cases}x+y=1\\y+z=11\\x+z=6\end{cases}$$

Mi conviene innanzitutto INCOLONNARE …

$$\begin{cases}x+y\quad\ =1\\\quad\ \ y+z=11\\x\quad\ \ +z=6\end{cases}$$

dopodiché sommo membro a membro le tre equazioni,
ottenendo

$$2x+2y+2z=18,$$

da cui, se divido per 2,

$$(4)\ \ x+y+z=9$$

A questo punto, dall'equazione (4),
sottraggo una dopo l'altra le tre equazioni iniziali:

$$\begin{matrix}(4)-(1)\\(4)-(2)\\(4)-(3)\end{matrix}\begin{cases}x+y+z-(x+y)=9-1; & z=8\\x+y+z-(y+z)=9-11; & x=-2\\x+y+z-(x+z)=9-6; & y=3\end{cases}$$