8. IL METODO DEL CONFRONTO

E’ utilizzato di rado, e solo quando le incognite sono due. Consiste nell’**isolare la stessa incognita in entrambe le equazioni, per poi uguagliare i secondi membri delle due uguaglianze così ottenute**.

$$\begin{cases} 2x+y=5 \\ 3x-y=7 \end{cases} \quad \begin{cases} y=\boxed{5-2x} \\ y=\boxed{3x-7} \end{cases}; \quad \boxed{5-2x=3x-7} \;\ldots\; x=\frac{12}{5} \quad \begin{cases} x=\dfrac{12}{5} \\ y=5-2x=5-2\cdot\dfrac{12}{5}=5-\dfrac{24}{5}=\dfrac{1}{5} \end{cases}$$

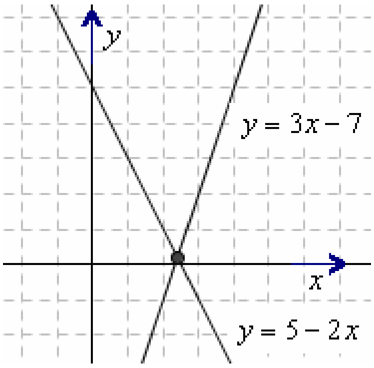
(*si può recuperare una a scelta fra le due equazioni*)

Volendo, è possibile abbinare al procedimento una risoluzione grafica.

Riferimenti cartesiani e risoluzioni grafiche di equazioni sono trattati in un capitolo successivo di questo testo. Facciamo qui una breve anticipazione, dando per scontato che lo studente sappia già qualcosa sul metodo delle coordinate cartesiane, oppure voglia preliminarmente andare a consultare quel capitolo.

Nel caso del sistema sopra considerato, la risoluzione grafica sarebbe la seguente.

Si tracciano, in uno stesso riferimento cartesiano, i grafici delle due funzioni $y=5-2x,\ y=3x-7$ (poiché le funzioni sono di 1° grado, usciranno delle rette) …



… poi si cerca la coppia (*x*, *y*) che appartiene ad entrambi i grafici: quindi, in pratica, si va a prendere il **punto di intersezione** fra i due grafici tracciati.

La *x* e la *y* di quel punto costituiranno la coppia $\begin{cases} x=\ldots \\ y=\ldots \end{cases}$ soluzione del sistema.

Nel nostro caso, graficamente non siamo in grado di stabilire quale sia il valore *esatto* di questa coppia (x, y); possiamo solo osservare che è $2<x<3$ e $0<y<1$ (con *y* molto più vicina a 0 che a 1). In effetti, **di norma, queste risoluzioni grafiche ci permettono di *approssimare* la soluzione, non di determinarla perfettamente**.

♥ Tuttavia, il metodo del confronto può essere un’utile occasione per osservare che (salvo rare eccezioni) *una singola* equazione in due incognite è INDETERMINATA, vale a dire è verificata da INFINITE coppie (*x*, *y*).

Consideriamo, ad esempio, la retta “in discesa”, che “rappresenta” l’equazione $2x+y=5\ \ (y=5-2x)$.
Se nell’equazione $y=5-2x$ noi poniamo, ad esempio, $x=1$, otteniamo $y=5-2\cdot 1=3$;
bene, ciò significa che la coppia $x=1,\ y=3$ (brevemente: la coppia $(1, 3)$) è soluzione dell’equazione $y=5-2x$ quindi anche della sua equivalente $2x+y=5$ (controlliamo: $2\cdot 1+3=5\ \ OK$).
Dando poi a *x* altri valori possiamo determinare *altre* coppie (*x*, *y*) che rendono vera l’equazione $y=5-2x$:

$$(0,5);\quad (2,\,1);\quad (3,-1);\quad (10,-15);\quad (-1,7);\quad \left(\frac{1}{2},\,4\right);\quad (3{,}7;\,-2{,}4);\quad \ldots$$

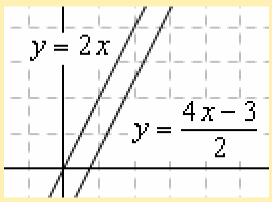
Tali infinite coppie (x, y) sono per l’appunto le coordinate degli infiniti punti che compongono la retta in discesa; mentre le coordinate (x, y) degli infiniti punti della retta in salita sono quelle coppie (x, y) che “vanno bene” per l’equazione $y=3x-7$ (o per la sua equivalente $3x-y=7$).
Le coordinate del punto in cui le due rette si intersecano sono dunque quei valori $x=\ldots,\ y=\ldots$ per i quali sono verificate SIMULTANEAMENTE ENTRAMBE le equazioni in gioco.

♥ **Un’equazione si dice INDETERMINATA quando ammette infinite soluzioni.**
A volte, questo “infinite” significa “qualsiasi”: ad es., l’equazione $0\cdot x=0$ è verificata da qualsiasi valore di *x*.
♥ **Ma a volte, “infinite” NON equivale a “qualsiasi”**:
l’equazione in due incognite $2x+y=5$ è verificata da *infinite* coppie (x, y), ma NON da *qualsiasi* coppia (x, y), perché soltanto quelle particolari coppie che sono della forma $(x,\,5-2x)$ “vanno bene”, le altre no.

Un’equazione nella quale si abbiano 2 o più incognite è generalmente indeterminata, salvo casi eccezionali, fra i quali possiamo citare equazioni come la $x^2+(y-4)^2=0$; quest’ultima infatti, pur avendo 2 incognite, ammette una e una sola soluzione: poiché un quadrato non può assumere valore negativo, una somma di quadrati può valere 0 solo qualora sia nullo *ciascuno* dei due quadrati … il che avviene solamente con $x=0 \wedge y=4$.

Per terminare, osserviamo solo che **se le due rette dovessero risultare parallele, come nell’esempio qui a fianco, il sistema sarebbe impossibile (= privo di soluzioni)**: non ci sarebbe alcuna coppia (x, y) che vada bene simultaneamente per entrambe le equazioni.

$$\begin{cases} 2x-y=0 \\ 4x-2y=3 \end{cases} \qquad \begin{cases} y=2x \\ y=\dfrac{4x-3}{2} \end{cases}$$



Rette parallele: SISTEMA IMPOSSIBILE

ESERCIZI Risolvi col “confronto” alcuni sistemi “pescati” fra gli esercizi in due incognite di questo capitolo.