PROBLEMI GEOMETRICI (DI 1° GRADO)

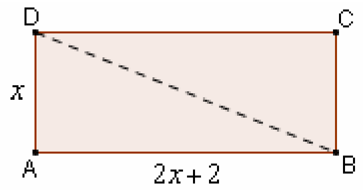
- In un rettangolo, la base supera di 2 cm il doppio dell'altezza e il perimetro è di 34 cm. Trovare l'area e la diagonale.

Facciamo il **disegno,**
cercando di restare più fedeli possibile
ai dati del problema.

In questo caso, ad esempio, occorrerà disegnare la base in modo che sia lunga più del doppio dell'altezza …

Accanto ad disegno,
scriviamo tutti i dati, sia quelli geometrici che quelli numerici.

E scriviamo anche, con accanto dei punti interrogativi, quali sono **le richieste del problema**.



ABCD rettangolo
$\mathrm{AB} = 2\mathrm{AD} + 2\ cm$
$2p(\mathrm{ABCD}) = 34\ cm$
$S(\mathrm{ABCD}) = ?\quad \mathrm{BD} = ?$

Valgono le solite indicazioni generali (vedi pag. 148) date in relazione ai problemi di soggetto qualsiasi:
la risoluzione di un problema a una incognita si può suddividere in 3 fasi 1), 2), 3)

1) Pongo la x :
$\boxed{\mathrm{AD} = x}$

♥ **La x** non deve per forza coincidere con una delle richieste del problema; **va scelta in modo che sia poi facile esprimere gli altri segmenti in gioco, per mezzo di x**

2) Esprimo gli altri segmenti in gioco per mezzo ("in funzione") di x :
$\boxed{\mathrm{AB} = 2x + 2}$

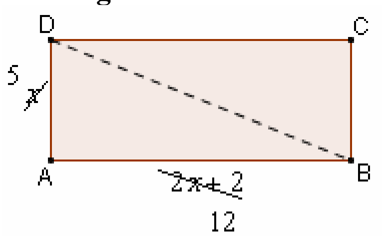
♥ **E' ESTREMAMENTE UTILE**
riportare sul disegno, in matita,
sia la x che le varie espressioni contenenti x via via ricavate.

3) Imposto l'equazione risolvente :
$\boxed{2(2x+2)+2x = 34}$
$4x + 4 + 2x = 34$
$6x = 30$
$x = 5$

♥ **L'equazione risolvente si imposta utilizzando un dato che non sia mai stato sfruttato fino a quel momento**
(nel nostro caso, il perimetro).
Se ci servissimo, per l'equazione risolvente, di un'informazione già utilizzata prima, ci ritroveremmo fra le mani un'equazione *indeterminata*!

Quindi
$\mathrm{AD} = 5\ cm,$
$\mathrm{AB} = 2x + 2 = 10 + 2 = 12\ cm$ (NOTA 1)

Converrà a questo punto riportare sulla figura i valori ottenuti!



$\boxed{S =}\ \mathrm{AB}\cdot\mathrm{AD} = 12\cdot 5 = \boxed{60\ cm^2}$ (NOTA 2)
$\boxed{\mathrm{BD} =}\ \sqrt{\mathrm{AB}^2 + \mathrm{AD}^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} =$
$= \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = \boxed{13\ cm}$ (NOTA 3)

NOTA 1
A stretto rigore, l'unità di misura andrebbe indicata in tutti gli anelli della catena e non solo nell'ultimo, scrivendo quindi, in questo caso,
$\mathrm{AB} = (2x+2)\ cm = (10+2)\ cm = 12\ cm$
Tuttavia noi, per brevità, la scriveremo solo alla fine.

NOTA 2
*L' "area" si può indicare con A oppure con S (il termine "superficie" è usato, seppure impropriamente, anche per indicare l' "area di una superficie"). A rigore, "superficie" indica invece l'entità **geometrica**, "area" il **numero** che esprime la misura dell'estensione di una superficie.*

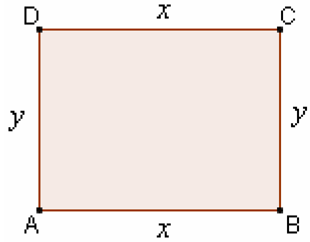
NOTA 3
Qui abbiamo applicato il Teorema di Pitagora al triangolo rettangolo ABD.

Certo, **sovente sono possibili più risoluzioni alternative**!
Anche nel nostro caso: il dato *perimetro = 34* ci diceva che la somma *base+altezza* era *17*, quindi avremmo potuto, ad es., porre

$base = x;\ altezza = 17 - x$ da cui l'equazione risolvente: $x = 2(17 - x) + 2;\ \dots\ x = 12\ eccetera$

- Trovare le dimensioni di un rettangolo nel quale
  il perimetro supera di 10 cm il triplo dell'altezza,
  e la differenza fra il triplo della base e il doppio dell'altezza è 12 cm.

Disegno



Dati

ABCD rettangolo
$2p(\mathrm{ABCD}) = 3\mathrm{AD} + 10\ cm$
$3\mathrm{AB} - 2\mathrm{AD} = 12\ cm$
$\mathrm{AB} = ?\quad \mathrm{AD} = ?$

Questa volta i dati sono tali che, comunque si ponga la *x*,
sarebbe poi un po' scomodo esprimere l'altro segmento in gioco per mezzo di *x*.
In questi casi è preferibile PORRE PIU' INCOGNITE e impostare un SISTEMA,
costituito da TANTE EQUAZIONI, QUANTE SONO LE INCOGNITE POSTE.

$$\boxed{\begin{array}{l}\mathrm{AB} = \mathrm{DC} = x\\ \mathrm{AD} = \mathrm{BC} = y\end{array}}$$

$$\boxed{\begin{cases}2x + 2y = 3y + 10\\ 3x - 2y = 12\end{cases}}$$

Risolvendo ora il sistema, otteniamo:

$$2\cdot\begin{cases}2x - y = 10\\ 3x - 2y = 12\end{cases}$$

$$\begin{cases}4x - 2y = 20\\ 3x - 2y = 12\end{cases}$$

$$\begin{array}{r}(1)-(2)\\ (1)\end{array}\begin{cases}x = 8\\ 2\cdot 8 - y = 10;\ \ 16 - y = 10;\ \ y = 6\end{cases}$$

Quindi
$\mathrm{AB} = \mathrm{DC} = 8\ cm$
$\mathrm{AD} = \mathrm{BC} = 6\ cm$

♥ **La risoluzione in più incognite è consigliabile quando, comunque si ponga la *x*, è poi difficoltoso o se non altro scomodo esprimere per mezzo della *x* scelta, le altre quantità in gioco.**

In tal caso, si pongono due o più incognite, e si scrive un sistema, nel quale LE EQUAZIONI SIANO TANTE QUANTE LE INCOGNITE PRESENTI.

L'eventualità che il numero delle equazioni, indipendenti fra loro, che si possono impostare, sia diverso dal numero delle incognite, è assai rara nei problemi "scolastici".

Volendo, avremmo anche potuto risolvere con una incognita sola:
se si osservano i dati

$$2p(\mathrm{ABCD}) = 3\mathrm{AD} + 10\ cm$$
$$3\mathrm{AB} - 2\mathrm{AD} = 12\ cm$$

si capisce che nell'ultima uguaglianza si può isolare con un paio di passaggi AB, ottenendo

$$3\mathrm{AB} = 2\mathrm{AD} + 12\ cm$$
$$\mathrm{AB} = \frac{2\mathrm{AD} + 12\ cm}{3}$$

per cui, se si pone ora $\boxed{\mathrm{AD} = x}$,

si ha $\boxed{\mathrm{AB} = \frac{2x + 12}{3}}$

e si può scrivere dunque l'equazione risolvente

$$2p(\mathrm{ABCD}) = 3\mathrm{AD} + 10\ cm$$
$$\boxed{2\cdot\frac{2x + 12}{3} + 2x = 3x + 10}$$

con la quale si trova

$\boxed{x = \mathrm{AD} = 6}$.

Se confrontiamo i due metodi di risoluzione, vediamo che per *questo* particolare problema, pur essendo possibile risolvere con 1 sola incognita, la risoluzione con più incognite e quindi col sistema si rivela migliore, anche per la possibilità di affrontare poi il sistema col simpatico metodo di riduzione.

In generale, comunque, di fronte a un problema geometrico, *la risoluzione con una incognita sola è preferibile*, perché risulta di norma più comoda e perché mette maggiormente in risalto le interrelazioni fra le varie quantità. *Tranne, ribadiamolo, in quei casi in cui sia eccessivamente laborioso esprimere tutte le quantità in gioco, in funzione di una sola di esse.*