2. SCOMPOSIZIONE PER RACCOGLIMENTO DI UN FATTORE COMUNE (SI DICE PREFERIBILMENTE: "RACCOGLIMENTO *A* FATTOR COMUNE")

Del raccoglimento a fattor comune abbiamo già parlato (a pag. 106), dicendo che si tratta sostanzialmente dell'applicazione della *proprietà distributiva in senso inverso*, "a ritroso".

**Data una somma algebrica i cui termini siano dei prodotti,
se c'è un fattore che è comune a tutti questi prodotti, esso potrà essere "raccolto", ossia:
potrà essere scritto fuori da una parentesi, al cui interno si metterà
quella somma algebrica la quale, moltiplicata per il numero scritto fuori,
permette di riottenere l'espressione iniziale.**

La somma algebrica che finisce fra parentesi sarà, evidentemente, ricavabile da quella di partenza, privando ciascun prodotto del fattore raccolto (=dividendo ciascun prodotto per il fattore raccolto).

❑ Esempi:

$$5\cdot 7+5\cdot 8+5\cdot 9=5\cdot(7+8+9)=5\cdot 24=120$$

$$93-75+36-21=3\cdot(31-25+12-7)=3\cdot 11=33$$

$$2^{12}-3\cdot 2^{10}=2^{10}\cdot(2^2-3)=2^{10}\cdot 1=1024$$

Riferendoci, ora, in special modo ai polinomi, diremo che

**dato un polinomio, se ci si accorge che tutti i suoi termini hanno un fattore comune,
questo, volendo, si potrà "raccogliere":
si scriverà allora il fattore comune trovato, si aprirà una parentesi
e all'interno della parentesi si scriverà quel polinomio che,
se viene rimoltiplicato per il monomio che sta fuori, riproduce il polinomio di partenza.**

❑ Due esempi: $ab+ac+ad=a(b+c+d)$; $35x-14y=7(5x-2y)$

In un polinomio, il massimo monomio che si può raccogliere è quello che
- **ha come coefficiente il massimo comun divisore (M.C.D.) DEI COEFFICIENTI**
- **e contiene nella sua parte letterale solo le LETTERE COMUNI a tutti i termini del polinomio, ciascuna presa UNA SOLA VOLTA e con L'ESPONENTE PIU' BASSO.**

Ecco una piccola rassegna di fattorizzazioni con questa tecnica:

a) $15x^4y-35x^3y^3+30x^3y^4z=5x^3y(3x-7y^2+6y^3z)$

b) $t^5+t^4=t^4(t+1)$

c) $6x-12y+9=3(2x-4y+3)$

d) $54x^4-36x^3+6x^2=6x^2(9x^2-6x+1)=6x^2(3x-1)^2$

e) $50x^2-2=2(25x^2-1)=2(5x+1)(5x-1)$

**♥ Di fronte a QUALUNQUE
esercizio di scomposizione in fattori,
la PRIMA COSA che conviene domandarsi è SEMPRE:
"SI PUO' RACCOGLIERE UN FATTORE COMUNE?"**

**E in caso affermativo, il raccoglimento a fattor comune
è sempre il modo più "furbo" per avviare la scomposizione.**

E' un SUG-GERI-MENTO DA AMICO!

Esempio: se mi vien dato da scomporre il polinomio $4x^4-40x^3+100x^2$,

io *potrei anche* scrivere $4x^4-40x^3+100x^2=(2x^2-10x)^2$

ma successivamente constaterei che la base del quadrato è ancora scomponibile (si può raccogliere $2x$), e quindi dovrei continuare, nel modo seguente:

$$4x^4-40x^3+100x^2=(2x^2-10x)^2=[2x(x-5)]^2=4x^2(x-5)^2$$

MOLTO MEGLIO, quindi, iniziare con il raccoglimento a fattor comune e scrivere:

$4x^4-40x^3+100x^2=4x^2(x^2-10x+25)=4x^2(x-5)^2$. Et voilà, senza complicazioni!

ESERCIZI (raccoglimento a fattor comune)

1) $3ax+2bx$
2) $x^4+5x^3+x^2$
3) $3x-6y+15$
4) $30a^4b-12a^3b^3$
5) $6x^3yz^3-2x^3z^5+2x^2y^2z^4$
6) t^3-t
7) $48a^2b^3+144a^2b^2c+108a^2bc^2$
8) $5n^2-45$
9) $t^{n+3}+t^{n+1}+4t^n$
10) $3ax^4y-6ax^2y^3+3ay^5$
11) $16x^4-8x^3+x^2$
12) $\frac{1}{7}a^2+\frac{2}{7}a+\frac{1}{7}$
13) $ab+a^2b^2$
14) $ab+ac+bc$
15) $60n^5-15n^3$
16) $x^4y^4-3x^3y^3t+3x^2y^2t^2-xyt^3$
17) $6x^4+12x^2+6$
18) $a^{3x+2}+2a^{2x+2}b^y+a^{x+2}b^{2y}$
19) $18bc^3d^3-24ac^2d^5$
20) $\frac{3}{4}a^2-\frac{3}{2}ab+\frac{3}{4}b^2$
21) $\frac{3}{4}a^2-\frac{27}{4}b^2$

RISULTATI

1) $x(3a+2b)$
2) $x^2(x^2+5x+1)$
3) $3(x-2y+5)$
4) $6a^3b(5a-2b^2)$
5) $2x^2z^3(3xy-xz^2+y^2z)$
6) $t(t+1)(t-1)$
7) $12a^2b(2b+3c)^2$
8) $5(n+3)(n-3)$
9) $t^n(t^3+t+4)$
10) $3ay(x+y)^2(x-y)^2$
11) $x^2(4x-1)^2$
12) $\frac{1}{7}(a+1)^2$
13) $ab(1+ab)$
14) NON SCOMPONIBILE
15) $15n^3(2n+1)(2n-1)$
16) $xy(xy-t)^3$
17) $6(x^2+1)^2$
18) $a^{x+2}(a^x+b^y)^2$
19) $6c^2d^3(3bc-4ad^2)$
20) $\frac{3}{4}(a-b)^2$ oppure $3\left(\frac{1}{2}a-\frac{1}{2}b\right)^2$
21) $\frac{3}{4}(a+3b)(a-3b)$ oppure $3\left(\frac{1}{2}a+\frac{3}{2}b\right)\left(\frac{1}{2}a-\frac{3}{2}b\right)$

♥ **GIANNINO E LA “FALSA SCOMPOSIZIONE”**

Il professore ha proposto a Giannino il seguente polinomio da scomporre:
$a^2+ab+4b^2$.
In realtà, l’insegnante ha sbagliato:
per distrazione, ha assegnato un polinomio che non è fattorizzabile!
Ma Giannino ci si mette di buona lena e alla fine scrive:
$a^2+ab+4b^2=a(a+b)+4b^2$

Eh no, Giannino!
Purtroppo questa NON è una scomposizione in fattori.
Sarebbe come dire che il numero 17 è scomponibile in $3\cdot5+2$.
Falso, $3\cdot5+2$ NON è una scomposizione in fattori,
perché l’operazione da eseguire per **ultima** è un’**addizione**
e **NON** una **moltiplicazione**.