11. ESERCIZI VARI sulla fattorizzazione (risultati alla pagina seguente)

1) a^3-361a	2) d^2+4d+3	3) $3d^2+4d+1$
4) m^3-2m^2-m+2	5) $a^2-2ab+b^2-1$	6) $a^2+4ab+4b^2$
7) $a^2+4ab+3b^2$	8) k^4-2k^2+1	9) e^4-25e^2+144
10) $ax+3a+x+3$	11) $w^8+w^6+w^4+w^2$	12) $c+1-d-dc$
13) x^4-10x^2+25	14) x^4-10x^2+9	15) x^4-7x^2+9
16) $6t^2+72t-648$	17) $xy+ab-ay-bx$	18) $a^2-2ab+b^2+2a-2b-x^2+1$
19) $h^3-9h^2+27h-27$	20) $h^3-3h^2-9h+27$	21) t^4-8t^2+15
22) $c^4-c^3-72c^2$	23) $a^{k+2}-a^{k+1}-2a^k$	24) $x^2y^2-4x^2-y^2+4$
25) c^2d+c^2-c-cd	26) $4x^2-4xy+y^2-12x+6y+9$	27) $16t^3+8t^2+4t+2$
28) a^4-8a^2+16	29) a^4-10a^2+16	30) a^4-12a^2+16
31) $343+z^3$	32) x^2+x^3-42x	33) $a^2-b^2+2bc-c^2$
34) $15-8t+t^2$	35) $1+cd+c+d$	36) $x^{10}-1024x^5$
37) $9b^4-b^2-4b-4$	38) $15t^2-8t+1$	39) $y^8-4y^6+4y^4-64$
40) $r^6-r^4-r^2+1$	41) a^4b^4-1	42) a^4b^4-ab
43) $4-a^2+2ab-b^2$	44) t^6-8t^3+15	45) $a^2+2ab+b^2-x^2-2x-1$
46) $a^2-8at+15t^2$	47) $ax^2-ay^2+bx+by$	48) $x^4+8x^2y^2+12y^4$
49) $a^3+13a^2+13a+1$	50) b^4-b^2+b-1	51) $x^6-3x^5+3x^4-x^3-x^2+2x-1$
52) $a^{15}-8a^{10}+15a^5$	53) $b^2+9bc+20c^2$	54) t^4+t^3+t+1
55) $a^2t^2-8at+15$	56) $a^2+b^2+2ab+a+b$	57) $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3-a-b$
58) $x^3+5ax^2-2a^2x-24a^3$	59) $x^4+3x^3y+x^2y^2+4y^4$	60) $6x^4-x^3y-25x^2y^2+4xy^3+4y^4$

61) Dimostra che, qualunque sia il numero naturale n, il numero n^3-n è sempre divisibile per 6.

62) Sia n un intero ≥ 3. Allora il numero n^5-5n^3+4n è sempre multiplo di 120: dimostralo.

63) Una fattorizzazione ci porta a stabilire che l'equazione $x^3-x^2-110x=0$ ha 3 soluzioni. Quali?

64) $321420^2-321419^2=?$ 65) $\dfrac{7^{2013}-7^{2012}}{7^{2013}+7^{2012}}=?$

66) Esprimi il numero 2827 come differenza fra i quadrati di due numeri interi (entrambi non nulli).

67) British Columbia Colleges - Junior High School Mathematics Contest - Preliminary Round, 2000
Un intero di tre cifre tutte uguali fra loro, è sempre divisibile per a) 7 b) 11 c) 13 d) 19 e) 37

SIMULAZIONI DI VERIFICHE; puoi vedere le correzioni cliccando sulle frecce

Per ciascuna verifica, il **tempo** è di **60'**; la **sufficienza** si raggiunge con **punti 5**.
Punteggio: punti **1** per ogni scomposizione esatta e completa; **0,5** per ogni scomposizione esatta ma incompleta.

1 ⇨

1) a^2-a-30	5) $a^4+b^4-2a^2b^2$	9) $8x^3+12x^2-18x-27$
2) $4a^2-5a+1$	6) t^4-4t^2+4t-1	10) Col "metodo del completamento del quadrato": $x^2-2x-624$
3) x^3+x^2+x+1	7) $x^2+y^2+2xy-4x-4y+4$	
4) x^4-13x^2+36	8) $a^3+a^2c-2ac^2-a^2b-abc+2bc^2$	

2 ⇨

1) $x^2-x-110$	5) a^4-81	9) $8x^3-36x^2+54x-27$
2) $2x^2+7x+3$	6) $x^9+x^8+2x^5+2x^4+x+1$	10) Col "metodo del completamento del quadrato": $4x^2+4x-399$
3) $4a^3-4a^2-a+1$	7) $x^4-x^2-12x-36$	
4) a^4-5a^2+4	8) $a^2+b^2+c^2-d^2-2ab+2ac-2bc$	

3 ⇨

1) $4b^3-12b^2-b+3$	5) y^4+5y^2+4	9) $x^3-7x^2+16x-12$ (metodo di Ruffini)
2) $125a^6-a^3$	6) y^4+4y^2+4	10) $x^3-x^2y+2y^3$ (Ruffini con 2 lettere oppure …)
3) $8x^6-63x^3-8$	7) y^4+3y^2+4	
4) $b^8-b^5-b^4+b$	8) $x^5+xy+y+1$	

RISULTATI

1) $a(a+19)(a-19)$	2) $(d+1)(d+3)$	3) $(d+1)(3d+1)$
4) $(m+1)(m-1)(m-2)$	5) $(a-b+1)(a-b-1)$	6) $(a+2b)^2$
7) $(a+b)(a+3b)$	8) $(k+1)^2(k-1)^2$	9) $(e+3)(e-3)(e+4)(e-4)$
10) $(x+3)(a+1)$	11) $w^2(w^2+1)(w^4+1)$	12) $(1+c)(1-d)$
13) $(x^2-5)^2$	14) $(x+1)(x-1)(x+3)(x-3)$	15) $(x^2+x-3)(x^2-x-3)$
16) $6(t-6)(t+18)$	17) $(x-a)(y-b)$	18) $(a-b+1+x)(a-b+1-x)$
19) $(h-3)^3$	20) $(h-3)^2(h+3)$	21) $(t^2-3)(t^2-5)$
22) $c^2(c-9)(c+8)$	23) $a^k(a+1)(a-2)$	24) $(x+1)(x-1)(y+2)(y-2)$
25) $c(d+1)(c-1)$	26) $(2x-y-3)^2$	27) $2(2t+1)(4t^2+1)$
28) $(a+2)^2(a-2)^2$	29) $(a^2-2)(a^2-8)$	30) $(a^2+2a-4)(a^2-2a-4)$
31) $(7+z)(49-7z+z^2)$	32) $x(x+7)(x-6)$	33) $(a+b-c)(a-b+c)$
34) $(t-3)(t-5)$	35) $(1+c)(1+d)$	36) $x^5(x-4)(x^4+4x^3+16x^2+64x+256)$
37) $(3b^2+b+2)(b-1)(3b+2)$	38) $(3t-1)(5t-1)$	39) $(y+2)(y-2)(y^2+2)(y^4-2y^2+8)$
40) $(r+1)^2(r-1)^2(r^2+1)$	41) $(a^2b^2+1)(ab+1)(ab-1)$	42) $ab(ab-1)(a^2b^2+ab+1)$
43) $(2+a-b)(2-a+b)$	44) $(t^3-3)(t^3-5)$	45) $(a+b+x+1)(a+b-x-1)$
46) $(a-3t)(a-5t)$	47) $(x+y)(ax-ay+b)$	48) $(x^2+2y^2)(x^2+6y^2)$
49) $(a+1)(a^2+12a+1)$ (Ruffini oppure … ⇨)	50) $(b-1)(b^3+b^2+1)$ (Ruffini oppure … ⇨)	51) $(x-1)^2(x^4-x^3-1)$ (Ruffini oppure … ⇨)
52) $a^5(a^5-3)(a^5-5)$	53) $(b+4c)(b+5c)$	54) $(t+1)^2(t^2-t+1)$
55) $(at-3)(at-5)$	56) $(a+b)(a+b+1)$	57) $(a+b)(a+b+1)(a+b-1)$
58) $(x-2a)(x+3a)(x+4a)$ (Ruffini)	59) $(x+2y)^2(x^2-xy+y^2)$ (Ruffini)	60) $(x-2y)(x+2y)(2x-y)(3x+y)$ (Ruffini)

61) $n^3-n=n(n+1)(n-1)$; ma presi tre qualsivoglia interi consecutivi, uno (e uno solo) di essi sarà divisibile per 3, e uno (almeno) di essi sarà pari; dunque il loro prodotto è certamente divisibile per 6

62) $n^5-5n^3+4n=(n-2)\cdot(n-1)\cdot n\cdot(n+1)\cdot(n+2)$ che è il prodotto di 5 interi consecutivi … quindi …

63) $x^3-x^2-110x=0;\quad x(x^2-x-110)=0;\quad x(x-11)(x+10)=0$. Ma un prodotto è uguale a 0 se e solo se (legge di annullamento del prodotto) si annulla almeno uno dei suoi fattori. Quindi il prodotto a 1° m. $x(x-11)(x+10)$ risulterà $=0$ nei tre casi: I) $x=0$ II) $x-11=0$ $(x=11)$ III) $x+10=0$ $(x=-10)$
Le 3 soluzioni dell'equazione proposta sono perciò: $0;\ 11;\ -10$

64) $(321420+321419)(321420-321419)=642839\cdot 1=642839$ 65) Raccogliendo 7^{2012} sia a N che a D: $3/4=0{,}75$

66) $2827=11\cdot 257=x^2-y^2=(x+y)(x-y)$. Il sistema $x-y=11;\ x+y=257$ porta a $x=134,\ y=123$

67) e): $[abc]=a\cdot 10^2+b\cdot 10+c;\ [aaa]=a\cdot 10^2+a\cdot 10+a=a\cdot(100+10+1)=a\cdot 111$. Ora, $111=3\cdot 37$

♣ Lawrence Spector, da New York City,
autore di un lavoro magistrale, il magnifico sito
www.themathpage.com,
tratta la fattorizzazione nel capitolo di Algebra
⇨
Le soluzioni dei tanti utili esercizi compaiono
semplicemente portandosi col mouse sulla casella

Il sito
www.regentsprep.org
si occupa brevemente
di fattorizzazione
con semplici esercizi interattivi,
nel capitolo "*factoring*".