1.2 - ASSIOMI E TEOREMI

PROPOSIZIONE:
sinonimo di “**affermazione**”,
“**frase che asserisce qualcosa**”.

Studia con impegno la Geometria!

Oltre che elegante ed attraente di per sé, nonché ricchissima di applicazioni, essa è una palestra **formidabile** per potenziare le tue capacità logiche generali.

“**ASSIOMA**” (**o** “**postulato**”): diciamo che gli “assiomi” sono
quelle proposizioni talmente semplici e ovvie che non possono essere dimostrate a partire da affermazioni ancora più semplici, e pertanto vengono accettate per vere senza dimostrazione.

In realtà, la matematica moderna ha ampiamente rivisto questo modo di concepire gli “assiomi”, finendo per assegnare al termine “assioma” il significato più generale di “affermazione col ruolo di premessa in una teoria”, e facendo distinzione fra i due termini “assioma” e “postulato”.
Anche l’idea di “concetti primitivi” ha subito una radicale revisione critica.
Ma il discorso diventerebbe davvero troppo articolato e profondo; può andar bene, per ora, quanto detto.

Alla base della Geometria si pongono diversi assiomi. Ne elenchiamo alcuni; altri ne aggiungeremo in seguito.

- **Assioma: Lo spazio contiene infiniti piani**
- **Assioma: Un piano contiene infinite rette**
- **Assioma: Una retta contiene infiniti punti**
- **Assioma: Per due punti distinti passa una e una sola retta**
- **Assioma: Per 3 punti non allineati (cioè, non giacenti su di una stessa retta) passa uno e un solo piano**
- **Assioma: Se due punti di una retta appartengono a un dato piano, allora la retta giace su quel piano, nel senso che tutti i punti della retta appartengono a quel piano**

La Geometria trattata in queste lezioni si riferisce sostanzialmente alla mirabile, immortale opera intitolata “**Elementi**”, redatta dal matematico **Euclide** di Alessandria intorno all’anno **300 a.C.**
Uno studio dei “fondamenti” della Geometria, che fosse condotto in modo logicamente impeccabile, metterebbe in luce diverse questioni intellettualmente stimolanti, ma anche parecchio complicate.
Questa riflessione più accurata costringerebbe a riconfigurare tutto il discorso sugli “assiomi”, per rispondere a esigenze di: 1) completezza; 2) “economia”; 3) “formalizzazione”; 4) apertura a possibili generalizzazioni.
Tuttavia, dal punto di vista didattico, queste esigenze sarebbero - a parere di chi scrive - inutilmente pesanti e paralizzanti, per un primo approccio alla Geometria. Preferiamo dunque semplificare un poco la trattazione, ritenendo che lo studente appassionato possa riprendere e perfezionare il discorso sui “Fondamenti” in una fase successiva, magari interessandosi alle “**geometrie non euclidee**”, o alla revisione critica di **Hilbert** (1862-1943).

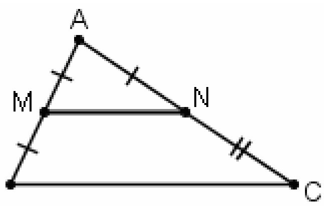
TEOREMA: proposizione che, contrariamente agli assiomi, **può essere dimostrata**, cioè giustificata mediante un’opportuna sequenza di ragionamenti.

Nel corso della dimostrazione di un teorema è possibile sfruttare:
- **gli assiomi**
- **i teoremi già dimostrati in precedenza.**

In un teorema distinguiamo
l’ “**ipotesi**” (abbreviazione: **HP,** dal greco *hypóthesis*) e la “**tesi**” (**TH,** *thésis*).
- L’ipotesi è l’insieme delle premesse da cui partiamo (in altre parole **l’ipotesi è ciò che supponiamo di conoscere in partenza**),
- mentre **la tesi è ciò che vogliamo dimostrare**.

Ecco un esempio.
Teorema: In ogni triangolo, il segmento che congiunge i punti di mezzo di due lati è parallelo al terzo lato

- L’ **Ipotesi** (HP) è:
  - ho un triangolo ABC;
  - prendo il punto medio M di $\overline{AB}$ e il punto medio N di $\overline{AC}$;
  - traccio il segmento $\overline{MN}$
- La **Tesi** (TH) è: la retta MN è parallela alla retta BC



COROLLARIO: teorema che è **immediata conseguenza** di un teorema precedente o di un postulato.

Esempio
- **Teorema**: La somma dei tre angoli interni di un triangolo è uguale a un angolo piatto
- **Corollario**: I due angoli acuti di un triangolo rettangolo, sommati, danno un angolo retto

LEMMA: teorema che, indipendentemente dal fatto di essere o meno interessante di per sé, è utile perché **consente di abbreviare la dimostrazione di un altro teorema successivo**.