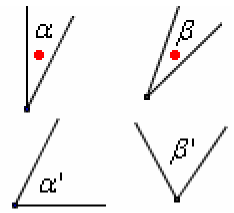
1.5 - DIMOSTRIAMO I PRIMI TEOREMI

TEOREMA
Se due angoli sono complementari di due angoli uguali (o, in particolare: dello stesso angolo), allora sono uguali.
Brevemente:
ANGOLI COMPLEMENTARI DI DUE ANGOLI UGUALI (O DELLO STESSO ANGOLO) SONO UGUALI



Ipotesi (HP):
$\alpha = \beta$
α' complementare di α
β' complementare di β

Tesi (TH):
$\alpha' = \beta'$

Dimostrazione

Poiché α' è complementare di α, si ha $\alpha + \alpha' = 90° \to \boxed{\alpha' = 90° - \alpha}$;
poiché β' è complementare di β, si ha
$$\beta + \beta' = 90° \to \boxed{\beta' =}\ 90° - \beta \underset{\substack{(\text{per HP,}\\ \alpha=\beta)}}{=} \boxed{90° - \alpha}.$$

Quindi α' e β' sono uguali, perché entrambi uguali a $90° - \alpha$.

Brevemente: $\alpha' \underset{\substack{(\text{HP:}\\ \alpha+\alpha'=90°)}}{=} 90° - \alpha \underset{\substack{(\text{HP:}\\ \alpha=\beta)}}{=} 90° - \beta \underset{\substack{(\text{HP:}\\ \beta+\beta'=90°)}}{=} \beta'$, **C.V.D.**

Le lettere puntate **C.V.D.** stanno per **"Come Volevasi Dimostrare".** Spesso la conclusione della dimostrazione di un teorema viene "siglata" così.

Osservazione: a ben guardare, nelle catene sopra scritte, quando si è rimpiazzato α con β, si è applicato il "Principio di sostitutività" (vedi pag. precedente).

Un altro "stile" per esporre la dimostrazione avrebbe potuto essere quello che riportiamo qui a destra →

$$\frac{\begin{array}{c} 90° = 90° \\ \alpha = \beta \quad (\text{HP}) \end{array}}{\underbrace{90° - \alpha}_{\substack{=\alpha' \\ (\text{HP}:\, \alpha+\alpha'=90°)}} = \underbrace{90° - \beta}_{\substack{=\beta' \\ (\text{HP}:\, \beta+\beta'=90°)}}}$$

In modo del tutto analogo, semplicemente scrivendo sempre 180° al posto di 90°, si dimostra il seguente

TEOREMA
Se due angoli sono supplementari di due angoli uguali (o, in particolare: dello stesso angolo), allora sono uguali.
Brevemente**:**
ANGOLI SUPPLEMENTARI DI DUE ANGOLI UGUALI (O DELLO STESSO ANGOLO) SONO UGUALI

Definizione di angoli "**opposti al vertice**"

Si dicono "opposti al vertice" due angoli convessi tali che i lati dell'uno siano i prolungamenti dei lati dell'altro.
In pratica, quando due rette si tagliano, si formano quattro angoli, che sono a due a due opposti al vertice.

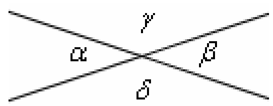
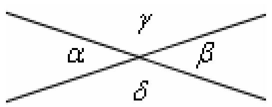


Fig. 29:
α e β sono opposti al vertice; così pure, lo sono γ e δ

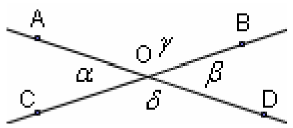
TEOREMA: SE DUE ANGOLI SONO OPPOSTI AL VERTICE, ALLORA SONO UGUALI



HP: α, β opposti al vertice
TH: $\alpha = \beta$

Dimostrazione

Conseguenza di un teorema già acquisito: α, β sono uguali perché supplementari dello stesso angolo γ
Oppure, senza scomodare teoremi precedenti:



$$\begin{aligned} \alpha &= C\hat{O}A = C\hat{O}B - A\hat{O}B = \\ &= 180° - A\hat{O}B = \\ &= A\hat{O}D - A\hat{O}B = D\hat{O}B = \beta \end{aligned}$$

Le CATENE sono molto usate nelle dimostrazioni.
In una catena ben impostata ciascun "anello" deve essere ricavato A PARTIRE DALL' "ANELLO" CHE LO PRECEDE.

Nel seguito, noi ci limiteremo a fare della "geometria piana", ossia a studiare figure geometriche, o gruppi di figure, i cui punti giacciano tutti su di uno stesso piano.