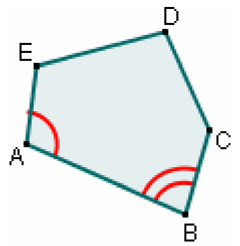
UNA QUESTIONE DI TERMINOLOGIA

In un poligono qualsiasi, i due angoli che hanno per vertici gli estremi di un certo lato vengono chiamati **"gli angoli adiacenti a quel lato"**.

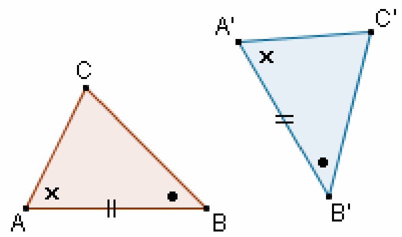
Reciprocamente, si può dire che quel lato è **"il lato adiacente" ai due angoli considerati**.



Nella figura, $\hat{A}$, $\hat{B}$ sono gli angoli "adiacenti" al lato $\overline{AB}$; $\overline{AB}$ è il lato "adiacente" ai due angoli $\hat{A}$, $\hat{B}$ (anche: "compreso fra" tali angoli)

TEOREMA ("2° Criterio di uguaglianza dei triangoli")
Se due triangoli hanno rispettivamente uguali un lato e i due angoli ad esso adiacenti, allora sono uguali.

2° Criterio



IPOTESI:

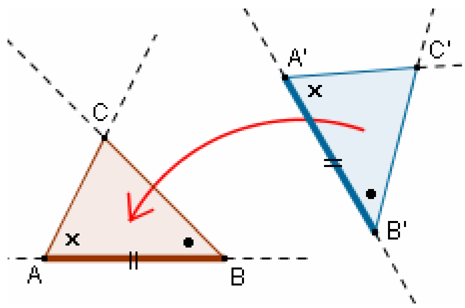
$\overline{AB} = \overline{A'B'}$
$\hat{A} = \hat{A}'$
$\hat{B} = \hat{B}'$

TESI:

$ABC = A'B'C'$

DIMOSTRAZIONE

Immaginiamo di spostare, con un movimento rigido, il semipiano di origine $A'B'$ e contenente C' sul semipiano di origine AB e contenente C, in modo che il segmento $\overline{A'B'}$ vada a posarsi perfettamente su $\overline{AB}$ (ciò è certamente possibile perché $\overline{A'B'} = \overline{AB}$ per ipotesi).
Siccome per ipotesi è $\hat{A}' = \hat{A}$,
la semiretta $A'C'$ sarà obbligata a sovrapporsi alla semiretta AC;
analogamente, in virtù dell'ipotesi $\hat{B}' = \hat{B}$,
la semiretta $B'C'$ andrà per forza a posarsi sopra la semiretta BC.



Alla fine del movimento rigido, dove si trova C' ?
Beh, poiché C' (che apparteneva sia alla semiretta $A'C'$ che alla semiretta $B'C'$) è andato a finire sia sulla semiretta AC che sulla semiretta BC, necessariamente C' dovrà essere andato a coincidere con il punto C, che è l'unico punto comune a tali due semirette.
Alla fine del movimento rigido, troviamo quindi che i vertici del triangolo $A'B'C'$ sono ordinatamente sovrapposti ai vertici di ABC, e di conseguenza lo sono anche i lati dei due triangoli e le rispettive parti interne. Ciò dimostra la tesi.

APPROFONDIMENTO TEORICO

Un'analisi più "pignola" rivelerebbe che le "dimostrazioni" qui date del 1° e del 2° Criterio, non sono del tutto rigorose, in quanto in esse vengono utilizzate proprietà che appaiono, senza dubbio, condivisibili per intuizione, ma che tuttavia non sono state esplicitamente dichiarate attraverso assiomi in precedenza accettati.

In questo approccio più "severo", dunque, **il Primo e il Secondo Criterio andrebbero considerati come due nuovi ASSIOMI, anziché come due teoremi.**

Segnalo poi la ulteriore possibilità di assumere come assioma il solo 1° Criterio, fornendo poi del 2° una dimostrazione "per assurdo" a partire dal 1°, come sceglie di fare qualche libro di testo.

OSSERVAZIONE "PRATICA", MOLTO UTILE

♥ **In due triangoli dimostrati uguali, sono uguali gli elementi opposti ad elementi che sappiamo essere uguali**: ossia, sono uguali i lati opposti ad angoli che sappiamo uguali, e sono uguali gli angoli opposti a lati che sappiamo uguali.

Esempio: nella figura possiamo osservare i due triangoli ABC e NQT che avendo uguali un lato e i due angoli ad esso adiacenti, sono uguali per il 2° Criterio. … Bene! Possiamo a questo punto dire che:

$\overline{NQ} = \overline{AB}$ (opposti all'angolo indicato col puntino)
$\overline{TN} = \overline{BC}$ (opposti all'angolo indicato con l'archetto)
$\hat{N} = \hat{B}$ (opposti al lato indicato con i tre trattini)