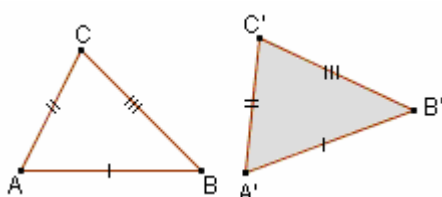


TEOREMA (“3° Criterio di uguaglianza dei triangoli”)

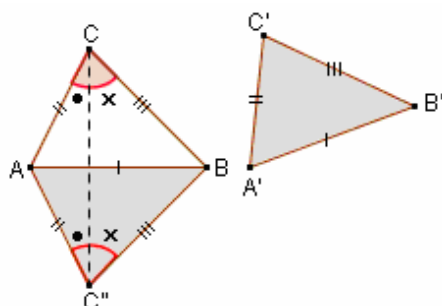
Se due triangoli hanno rispettivamente uguali i tre lati, allora sono uguali.

3° Criterio



HP $\frac{\overline{AB} = \overline{A'B'}}{\overline{AC} = \overline{A'C'}}{\overline{BC} = \overline{B'C'}}$
 TH $ABC = A'B'C'$

DIMOSTRAZIONE



Sottoponiamo il triangolo A'B'C' ad un movimento rigido con ribaltamento, in modo da portare il segmento A'B' sul segmento AB (ricordiamo che i due segmenti sono uguali per ipotesi), con A' su A, B' su B e C' all'interno del semipiano di origine AB e non contenente C. Indichiamo con C'' la posizione che va così ad occupare il vertice C'. In questo modo, insomma, abbiamo costruito lo “stampo” ABC'' del triangolo A'B'C', che adesso possiamo anche pensare di riportare, con un altro movimento rigido, al posto che occupava inizialmente. Tracciamo quindi la congiungente CC''.

Consideriamo il triangolo ACC'': esso è isoscele (infatti $\overline{AC''} = \overline{A'C'} \stackrel{HP}{=} \overline{AC}$) e di conseguenza $\widehat{ACC''} = \widehat{AC''C}$. Anche il triangolo BCC'' è isoscele perché $\overline{BC''} = \overline{B'C'} \stackrel{HP}{=} \overline{BC}$; ne consegue $\widehat{BCC''} = \widehat{BC''C}$. Ma allora

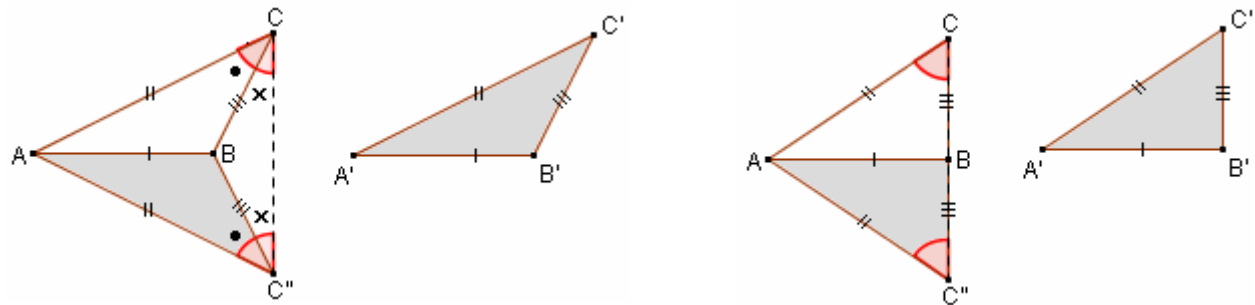
gli angoli \widehat{ACB} , $\widehat{AC''B}$ sono uguali perché somme di angoli uguali, come possiamo, volendo, illustrare...
 ♪ ... tramite una catena: $\widehat{ACB} = \widehat{ACC''} + \widehat{BCC''} = \widehat{AC''C} + \widehat{BC''C} = \widehat{AC''B}$
 ♪ ... oppure sommando membro a membro due uguaglianze:

Osserva che, **come in ogni catena ben impostata, ogni “anello” è ricavato a partire dall’ “anello” che lo precede!**

$$\frac{\widehat{ACC''} = \widehat{AC''C}}{\widehat{BCC''} = \widehat{BC''C}}{\underbrace{\widehat{ACC''} + \widehat{BCC''}}_{\widehat{ACB}} = \underbrace{\widehat{AC''C} + \widehat{BC''C}}_{\widehat{AC''B}}}$$

Se ora confrontiamo i triangoli ABC e ABC'', possiamo dire che sono uguali per il 1° Criterio!!! Cioché è pure $ABC = A'B'C'$, perché ABC'' era lo “stampo” di A'B'C': $ABC = ABC'' = A'B'C'$, **C.V.D. (forse ...)**
... E INVECE NON E' FINITA! ...

In questo modo, infatti, la dimostrazione NON è del tutto completata. E perché mai, dirai tu, caro lettore? Il fatto è che in certi casi la congiungente CC'' potrebbe non attraversare il segmento AB. Allora il procedimento dimostrativo varierebbe un pochino:



$$\frac{\widehat{ACC''} = \widehat{AC''C}}{\widehat{BCC''} = \widehat{BC''C}}{\underbrace{\widehat{ACC''} - \widehat{BCC''}}_{\widehat{ACB}} = \underbrace{\widehat{AC''C} - \widehat{BC''C}}_{\widehat{AC''B}}}$$

Se la congiungente CC'' passa all'esterno di AB, si procede per **differenza** di angoli uguali anziché per somma...

... mentre nel caso particolarissimo in cui CC'' passa per un estremo di AB, non è più necessaria né una somma, né una differenza; osservato che $\overline{AC''} = \overline{AC} \rightarrow \widehat{ACC''} = \widehat{AC''C}$, basta confrontare direttamente i triangoli ABC, ABC'', che risultano uguali per il 1° Criterio.

In **lingua Inglese**, i tre Criteri di uguaglianza dei triangoli hanno dei nomi davvero azzeccatissimi:

- ♥ The **Side-Angle-Side** Theorem (**SAS**): **1° Criterio**
- ♥ The **Angle-Side-Angle** Theorem (**ASA**): **2° Criterio**
- ♥ The **Side-Side-Side** Theorem (**SSS**): **3° Criterio**