2.6 - LE "COSTRUZIONI CON RIGA E COMPASSO"

In queste lezioni, noi abbiamo utilizzato e utilizzeremo la parola "costruzione" prevalentemente in quei casi in cui, di fronte a un teorema, ai fini del ragionamento dimostrativo non è sufficiente la figura di partenza, ma **occorre disegnare ("costruire") un punto in più, o un segmento in più, o una retta in più, o un angolo in più**, ecc. ecc.

Tuttavia, in Geometria il termine "costruzione" è impiegato anche (*soprattutto*, direi) con un **significato più specifico**, ossia per indicare una **"precisa sequenza di operazioni grafiche mediante le quali è possibile ottenere, almeno in linea di principio, un determinato oggetto geometrico".**
E in questo ambito, hanno particolare rilevanza le cosiddette "costruzioni con riga e compasso".
L'argomento ha risvolti molto interessanti: vediamo meglio di cosa si tratta.

I TRE "PROBLEMI CLASSICI"

Abbiamo già accennato al fatto che i matematici greci antichi tendevano a "geometrizzare" ciò che noi, ai nostri tempi, siamo invece portati ad "aritmetizzare", cioè ad affrontare in termini di operazioni numeriche ("*arithmós*" = numero).
Il problema delle **costruzioni con riga e compasso** ha interessato profondamente gli studiosi della Grecia classica: la sottigliezza e la profondità del pensiero greco inducevano lo studioso a porsi sempre il problema della "costruibilità", al di là della mera "esistenza", degli oggetti geometrici che erano via via oggetto di considerazione.

Cosa vuol dire esattamente "fare una costruzione con riga e compasso"?

Vuol dire pensare di utilizzare due **strumenti "ideali", perfetti**, la riga per tracciare linee rette e il compasso per tracciare circonferenze di centro e raggio assegnati, compiendo, per la precisione, esclusivamente una o più fra le **5 operazioni** seguenti:

1) **dati due punti, tracciare la retta che passa per essi;**
2) **dati due punti, tracciare una circonferenza che ha come centro il primo e passa per il secondo;**
3) **determinare (se esiste) il punto di intersezione di due rette;**
4) **determinare (se esistono) i punti d'intersezione di una circonferenza e di una retta;**
5) **determinare (se esistono) i punti d'intersezione di due circonferenze.**

Insisto: queste operazioni vanno pensate realizzate "in astratto, senza tener conto di quella inevitabile imprecisione che l'uso di strumenti meccanici concreti porterebbe con sé ".
E puntualizzo pure che pensando ad una "riga" e ad un "compasso" non bisogna concepirli come strumenti "metrici" (da "*métron*" = misura).
La "riga" greca non è come un righello che porta i trattini dei centimetri e dei millimetri, il compasso non è un compasso ad apertura graduata: tant'è vero che, ad esempio, il problema della costruzione di un segmento che sia il doppio di un segmento assegnato va risolto tramite le operazioni precedentemente citate (in questo caso, servono la 1, la 2 e la 4) e NON immaginando di "misurare" il segmento per poi prolungarlo di un segmento di ugual misura. Non sono inoltre consentiti procedimenti cosiddetti di "inserzione", cioè basati sull'uso del compasso, con data apertura, per trasportare un segmento uguale ad un segmento dato, "per tentativi", all'interno di una determinata regione di piano.

♥ Il bello viene ora.
Sì, perché i Greci si accorsero presto che di alcuni problemi la risoluzione con riga e compasso, nel senso sopra precisato, sembrava essere particolarmente, tremendamente, insospettabilmente difficile.
Ci vollero più di due millenni per dimostrare, con principale protagonista il francese Galois (1ª metà del XIX secolo), che di tali problemi non si riusciva a venire a capo per il fatto che erano … **impossibili** !!!

Ecco a quali problemi mi riferisco (sono noti come "**i tre problemi *classici*** della geometria"):

- **DUPLICAZIONE DEL CUBO**
  Richiede di costruire con riga e compasso lo spigolo di un cubo che abbia volume doppio di un cubo dato. Sennonché, si può dimostrare che con riga e compasso non ci si può riuscire.
- **TRISEZIONE DELL'ANGOLO**
  Il problema richiede, dato un qualsiasi angolo, di suddividerlo in tre angoli uguali.
  Si dimostra però che non è, fatta eccezione per certi casi particolari, risolubile con riga e compasso.
- **QUADRATURA DEL CERCHIO**
  Il problema richiede che, assegnato un cerchio, si costruisca il lato di un quadrato avente la stessa estensione. E' il più famoso fra i tre; di esso sono state presentate nei secoli tante "false soluzioni"; e menzionare la "quadratura del cerchio" è diventato un "modo di dire" per indicare una questione di improba difficoltà.
  In realtà, la sua risoluzione con riga e compasso è … *non* "difficile", ma addirittura impossibile.