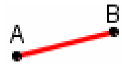
Cap. 4: DISTANZE, LUOGHI GEOMETRICI, QUADRILATERI PARTICOLARI

4.1 - DISTANZE E PROIEZIONI

DISTANZA FRA DUE PUNTI
Dicesi "distanza" fra due punti, il segmento che li unisce.



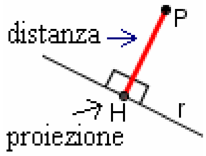
La "**distanza**" fra A e B è il segmento $\overline{AB}$

OSSERVAZIONE
A dire il vero, di fronte alla parola "distanza", noi siamo portati istintivamente a pensare ad un **numero** piuttosto che ad un **segmento**: "la distanza fra Milano e Torino è di 140 km", "la distanza fra i banchi durante la verifica scritta dev'essere di almeno 1 metro", ecc.
Insomma, spontaneamente la parola "distanza" ci suggerisce l'idea di "misura", che è un'idea dal contenuto più "aritmetico" (dal greco "arithmós" = numero) che geometrico ("gê " = terra, "métron" = misura).
In effetti, l'uomo moderno tende ad "aritmetizzare" (= pensare in termini numerici) piuttosto che a "geometrizzare", come erano invece portati a fare i matematici dell'antichità classica e fra essi Euclide.
Tuttavia, nel nostro contesto, la parola "distanza" andrà interpretata nel senso della definizione data (distanza = segmento), anche se non è affatto "vietato" allo studente di pensare, se lo desidera, alla "misura" di questa distanza, fatta rispetto a una qualsivoglia unità di misura fissata. Il concetto di "misura", per inciso, è oggetto di un apposito capitolo, più avanzato, della geometria (Volume 2); capitolo che riserva interessanti sorprese, dovute alla singolare scoperta delle cosiddette "grandezze incommensurabili".

DISTANZA DI UN PUNTO DA UNA RETTA
PROIEZIONE DI UN PUNTO SU UNA RETTA

Dicesi " distanza di un punto P da una retta r ", il segmento di perpendicolare $\overline{PH}$ condotto da P alla retta r .

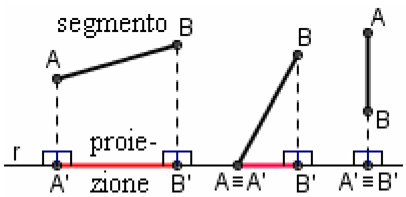
Il punto H (punto di intersezione fra r e la perpendicolare condotta a r da P, ovvero "piede" di tale perpendicolare), viene anche detto "proiezione di P su r".



La **"distanza" di P da r** è il **segmento di perpendicolare** $\overline{PH}$ condotto da P a r.
Il punto H è detto **"proiezione di P su r"** o anche "**piede della perpendicolare**" condotta da P a r.

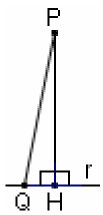
La **distanza** di un punto da una retta è un **segmento**;
la **proiezione** di un punto su una retta è un **punto.**
Nel caso particolare in cui P appartenesse alla retta r, la proiezione di P su r verrebbe a coincidere con P.

PROIEZIONE DI UN SEGMENTO SU UNA RETTA
Dicesi "proiezione" di un segmento $\overline{AB}$ sopra una retta r, il segmento che ha per estremi le proiezioni, su r, dei due estremi di $\overline{AB}$.
Nelle tre figure, la "proiezione" di $\overline{AB}$ su r è il segmento $\overline{A'B'}$,
dove A' è la proiezione di A su r, B' è la proiezione di B su r.



La proiezione di un segmento su una retta è quindi un altro segmento (giacente sulla retta).
Nel caso particolare in cui il segmento $\overline{AB}$ stia su di una retta perpendicolare a r, come nella terza figura,
la proiezione di $\overline{AB}$ su r si riduce ad un punto (visto come segmento dagli estremi coincidenti, "segmento nullo").

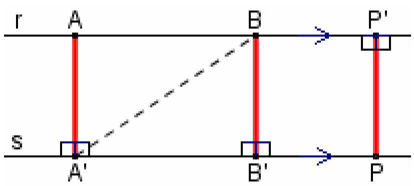
TEOREMA
La distanza di un punto P da una retta r è il minore di tutti i segmenti aventi un estremo in P e l'altro estremo su r.



Dimostrazione
Infatti, detta H la proiezione di P su r
e detto Q un qualsiasi punto di r distinto da H,
basterà considerare il triangolo PHQ, rettangolo in H, e ricordare
che in un triangolo rettangolo ogni cateto è minore dell'ipotenusa,
per concludere che $\overline{PH} < \overline{PQ}$, c.v.d.

DISTANZA FRA DUE RETTE PARALLELE
Dicesi distanza fra due rette parallele,
la distanza di un punto qualsiasi di una qualsiasi delle due rette, dall'altra retta.

Osserviamo che la definizione è corretta, per il fatto che non dipende dal particolare punto o dalla particolare retta considerata.
Con riferimento alla figura, si ha infatti che $\overline{AA'} = \overline{BB'} = \overline{PP'} =$ ecc.
Come dimostrarlo? Semplice! Facciamo vedere ad esempio che $\overline{AA'} = \overline{BB'}$.
A tale scopo, congiungiamo A' con B e confrontiamo $A'AB$ con $A'B'B$.



- $\overline{A'B}$ è in comune;
- $A\hat{B}A' = B'\hat{A}'B$ perché alterni interni rispetto a due parallele con trasversale;
- $A'\hat{A}B = B\hat{B}'A' = 90°$ ($A'\hat{A}B$ è retto perché, date due parallele, ogni perpendicolare all'una è $\perp$ anche all'altra).

Quindi i due triangoli in questione sono uguali per il 2° Criterio Generalizzato: segue appunto $\overline{AA'} = \overline{BB'}$.