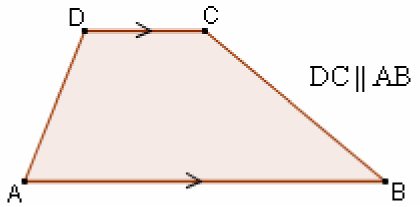
4.5 - TRAPEZI

DEFINIZIONE

Si dice **“trapezio”**
un quadrilatero avente
due lati opposti paralleli
(NOTA).

I due lati paralleli
si dicono “**basi**”
del trapezio,
gli altri due lati
sono detti “**lati obliqui**”.

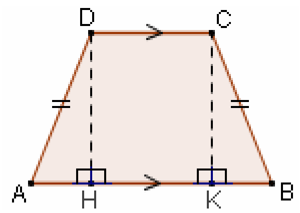
NOTA - Alcuni testi specificano, nella definizione di trapezio, che “gli altri due lati opposti non devono essere paralleli”. Noi non abbiamo richiesto questa condizione, quindi secondo la nostra impostazione i parallelogrammi … sono casi particolari di trapezi.

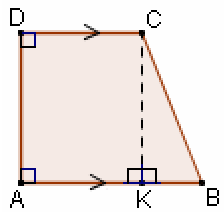


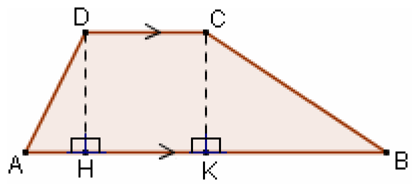
In un trapezio si dice “**altezza**” la distanza fra le rette delle basi (ad esempio, nelle figure sottostanti, $\overline{CK}$)

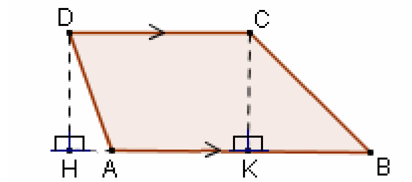
Un trapezio (che non si riduca a un parallelogrammo) si dice …

… isoscele se ha i due lati obliqui uguali fra loro	**… rettangolo** se uno dei due lati obliqui è perpendicolare alle basi	**… scaleno** se i due lati obliqui sono disuguali.





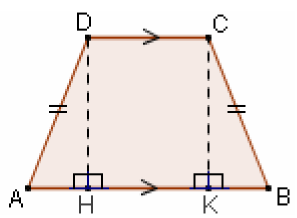




Un’altezza in un trapezio può essere tracciata a partire da qualsiasi punto di una delle rette su cui giacciono le basi. E però abituale (e utile in relazione a svariati problemi) tracciare in particolare quelle che partono degli estremi della base minore.

TEOREMA

In un trapezio isoscele,
le proiezioni
dei due lati obliqui
sulla base maggiore
sono uguali.
Inoltre gli angoli adiacenti
a ciascuna base sono uguali.



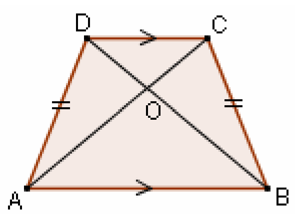
HP
ABCD trapezio isoscele
$(DC \parallel AB,\ \overline{AD} = \overline{BC})$
$DH \perp AB,\ CK \perp AB$

TH
$\overline{AH} = \overline{KB}$; $\widehat{A} = \widehat{B},\ A\widehat{D}C = B\widehat{C}D$

DIM.
Se confrontiamo i due triangoli AHD e BKC,
vediamo che sono uguali per il Criterio Particolare di Uguaglianza dei Triangoli Rettangoli.
Segue $\overline{AH} = \overline{KB}$ e $\widehat{A} = \widehat{B}$. E’ poi anche $A\widehat{D}C = B\widehat{C}D$ perché supplementari di due angoli uguali.

TEOREMA

In un trapezio isoscele,
le diagonali sono uguali
e si tagliano in parti
rispettivamente uguali.



HP
ABCD trapezio isoscele
$(DC \parallel AB,\ \overline{AD} = \overline{BC})$

TH
$\overline{AC} = \overline{BD};\ \overline{AO} = \overline{BO},\ \overline{CO} = \overline{DO}$

DIM.
Se confrontiamo i due triangoli ADB e ACB, vediamo che sono uguali per il 1° Criterio.
Infatti è $\overline{AD} = \overline{BC}$ per ipotesi, $\overline{AB}$ in comune, ed è anche $\widehat{A} = \widehat{B}$ perché è noto,
da un teorema precedente, che in un trapezio isoscele gli angoli adiacenti a ciascuna base sono uguali.
Segue subito $\overline{AC} = \overline{BD}$. Ma segue anche $A\widehat{B}D = B\widehat{A}C$: dunque il triangolo AOB ha $\overline{AO} = \overline{BO}$.
E’ infine $\overline{CO} = \overline{DO}$ perché differenze di segmenti uguali: $\overline{CO} = \overline{AC} - \overline{AO} = \overline{BD} - \overline{BO} = \overline{DO}$.