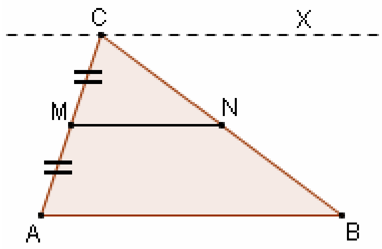
5.2 - PUNTI MEDI E PARALLELE

TEOREMA
Se per il punto medio di un lato di un triangolo si conduce la parallela ad un altro lato, questa andrà a tagliare in metà il lato rimanente.

IPOTESI
$AM = MC$
$MN \parallel AB$

TESI
$BN = NC$

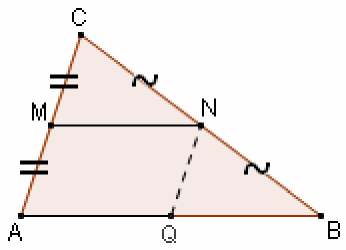


DIMOSTRAZIONE
Questo enunciato è facilmente deducibile a partire dal teorema precedente.
Infatti, se per il vertice C si traccia la parallela CX ad AB,
si vede che CX, MN ed AB possono essere pensate come tre parallele di un fascio,
rispetto al quale AC e BC sono trasversali.
Ed essendo per ipotesi, sulla prima trasversale, $AM = MC$, sarà dunque, sull'altra trasversale, $BN = NC$, c.v.d.

TEOREMA
In un triangolo, la congiungente i punti medi di due lati è parallela al terzo lato e uguale alla sua metà.

IPOTESI
$AM = MC$
$BN = NC$

TESI
I) $MN \parallel AB$
II) $MN = \frac{1}{2} AB$



DIMOSTRAZIONE

I)

M ed N sono i punti medi dei due lati AC e BC, rispettivamente.
Per far vedere che la congiungente MN è parallela ad AB, ragioniamo nel modo seguente.

Supponiamo di tracciare, a partire dal punto M, la parallela ad AB.
Occhio, noi non sappiamo ancora che questa parallela coincide con MN!!! …
… ma ci proponiamo di dimostrarlo.

Il fatto è che la parallela ad AB condotta da M deve, per il teorema precedente,
andare a tagliare in metà il lato BC, quindi deve passare per N, poiché N è per ipotesi il punto medio di BC.

Ma ciò significa che la parallela in questione si trova sovrapposta alla retta MN, coincide con MN!
E ciò dimostra dunque che MN è parallela ad AB.

II)

Per dimostrare, ora, che il segmento MN è la metà di AB, tracciamo, per N, la parallela al lato AC,
fino ad incontrare AB in Q.
NQ è, quindi, la parallela ad un lato del triangolo ABC, condotta dal punto medio di un altro lato
($BN = NC$ per ipotesi);
in virtù del teorema precedente, tale parallela taglierà in metà il lato rimanente AB.
Si ha pertanto $AQ = QB$.

Ma AQNM è un parallelogrammo, per cui $MN = AQ$; in definitiva, è $MN = AQ = QB = \frac{1}{2} AB$, c.v.d.