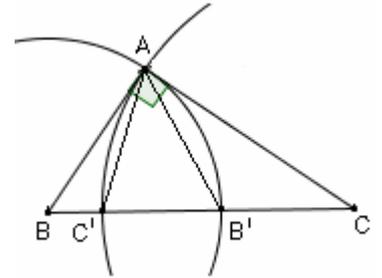


GEOMETRIA: ESERCIZI DI RICAPITOLAZIONE

- 1) Dimostra che in un rombo le altezze relative a due lati consecutivi sono fra loro uguali e che, viceversa, un parallelogrammo nel quale siano uguali fra loro le altezze relative a due lati consecutivi è un rombo.
- 2) Dimostra che un triangolo con due mediane uguali fra loro, è isoscele.
(Ricordi la proprietà di cui gode il baricentro? Esso divide ciascuna mediana in due parti tali che ...)
- 3) In un triangolo rettangolo con gli angoli acuti di 30° e di 60° ,
l'ipotenusa è uguale al doppio del cateto minore.
(Indicazione: traccia la mediana relativa all'ipotenusa ... Ti ricordi la sua proprietà caratteristica?)
- 4) Se in un triangolo rettangolo l'ipotenusa è uguale al doppio del cateto minore,
allora gli angoli acuti misurano 30° e 60° (Indicazione: traccia la mediana relativa all'ipotenusa ...)
- 5) Dimostra che, detto O il punto di intersezione fra le diagonali di un trapezio ABCD
di base maggiore AB, se è $AO = BO$ allora il trapezio è isoscele.
- 6) Se, in un trapezio isoscele, per l'estremo comune a un lato obliquo e alla base minore
si conduce la parallela all'altro lato obliquo, questa stacca dal trapezio un triangolo isoscele.
- 7) Nel parallelogrammo ABCD è $BC = 2AB$.
Sia B' il punto simmetrico del punto B rispetto al punto A
(ossia: situato sul prolungamento di AB dalla parte di A, e tale che $AB' = AB$).
Dimostra che la congiungente CB' fa da bisettrice per l'angolo \widehat{DCB} .
- 8) ABCD è un parallelogrammo; E, F sono i punti medi dei due lati opposti AD e BC rispettivamente.
Dimostra che: I) $EF \parallel AB$ II) $EC \parallel AF$ III) BD taglia EF in due parti uguali.
- 9) Se sui due cateti AB e AC di un triangolo ABC, rettangolo in A, si costruiscono,
all'esterno del triangolo, due quadrati, allora due fra le diagonali di questi quadrati
stanno una sul prolungamento dell'altra, e le due rimanenti sono parallele tra loro.
- 10) Preso un punto P sulla bisettrice di un angolo convesso, traccia per P le parallele ai lati dell'angolo
e dimostra che esse individuano, coi lati stessi, un rombo.
- 11) Traccia le due diagonali di un parallelogrammo ABCD e prolunga:
la diagonale AC, dalle due parti, di due segmenti fra loro uguali $AE = CF$;
e l'altra diagonale BD, dalle due parti, di due segmenti fra loro uguali $BG = DH$.
Dimostra ora che pure il quadrilatero EGFH è un parallelogrammo.
- 12) In un triangolo ABC, isoscele sulla base BC, si tracciano:
la mediana AM, la bisettrice CD, e infine, detto E il punto di intersezione fra AM e CD,
la perpendicolare EH da E fino al lato AC. Dimostra che il quadrilatero MCHE è un deltoide
(ossia, un quadrilatero con due lati consecutivi uguali fra loro e gli altri due pure uguali fra loro).
- 13) Dimostra che un trapezio in cui l'asse della base maggiore risulti asse anche per la base minore,
è certamente isoscele.
- 14) In un triangolo rettangolo, l'altezza e la mediana relative all'ipotenusa formano un angolo,
che è uguale alla differenza fra gli angoli acuti del triangolo.
- 15) In un triangolo ABC, rettangolo in A, sia AD la bisettrice dell'angolo retto,
e siano E, F le proiezioni del punto D sui cateti AB e AC. Dimostra che $EF = AD$.
- 16) In un triangolo qualsiasi ABC, l'angolo compreso fra la bisettrice e l'altezza che escono dal vertice C
è uguale alla semidifferenza dei due angoli di vertici A e B.
- 17) In un triangolo ABC, siano AD, BE e CF le tre bisettrici, e si indichi con I l'incentro.
Sia poi H la proiezione di I sul lato AB.
Si chiede di dimostrare che i due angoli $\widehat{A\hat{I}H}$ e $\widehat{B\hat{I}F}$ sono fra loro uguali.
- 18) E' dato un triangolo ABC, rettangolo in C.
L'altezza CH relativa all'ipotenusa forma coi cateti due angoli acuti \widehat{ACH} e \widehat{BCH}
dei quali si tracciano le bisettrici, fino a tagliare l'ipotenusa rispettivamente in P e in Q.
Ciascuno dei triangoli BCP, ACQ è allora isoscele: dimostralolo.
- 19) Se si prende un punto P sul prolungamento, dalla parte di A, della base AB di un triangolo isoscele
ABC, e si tracciano le distanze PH, PK di P dalle rette su cui giacciono i lati obliqui CA e CB,
allora la differenza $PK - PH$ è uguale all'altezza relativa a uno dei lati obliqui.
- 20) Sia ABC un triangolo, e siano D, E, F i punti medi di AB, AC, BC rispettivamente.
Sapresti spiegare perché il baricentro di DEF coincide col baricentro di ABC?

- 21) Se nel triangolo ABC si tracciano le due altezze BH e CK, l'asse del segmento HK passerà per il punto medio del lato BC: perché?
- 22) Nel triangolo ABC, sia O l'ortocentro, M il punto medio di AB, N il punto medio di AC, D ed E i punti medi di OB e OC rispettivamente. Il quadrilatero DENM è un rettangolo: dimostralolo.
- 23) Sia PQR un triangolo qualsiasi, M ed N i punti medi dei due lati PQ e PR, H la proiezione di R su PQ. Si chiede di dimostrare che l'angolo \widehat{HNM} è uguale alla differenza fra i due angoli \widehat{P} e \widehat{Q} .
- 24) In un triangolo rettangolo ABC, si traccia l'altezza AH relativa all'ipotenusa poi le distanze HK e HS del punto H dai due cateti AB e AC rispettivamente. Dimostra che i due angoli \widehat{HKS} e \widehat{B} sono uguali.
- 25) Dimostra che in ogni trapezio isoscele, gli assi dei quattro lati passano per uno stesso punto.

- 26) Si disegna un triangolo ABC rettangolo in A poi, col compasso, due archi di circonferenza: uno di centro B e passante per A, l'altro di centro C e passante per A. Tali archi di circonferenza vanno a intersecare l'ipotenusa BC nei due punti B' e C' rispettivamente. Ora, l'angolo $\widehat{C'AB'}$ avrà ampiezza costante, qualunque sia la forma del triangolo rettangolo ABC di partenza. Qual è questa ampiezza? Giustifica la risposta.



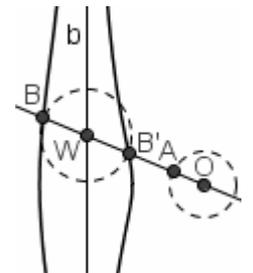
- 27) (*Insidioso: errori logici in agguato ...*)

Considera un parallelogramma ABCD e prolunga: il lato AB, dalla parte di B, di un segmento $BE = AD$; poi il lato AD, dalla parte di D, di un segmento $DF = AB$. Dimostra che i tre punti E, C, F sono allineati.

- 28) Disegna un angolo convesso di vertice A. Siano b, c i lati di questo angolo (dovrai "rinominarli"!)
-  Prendi un punto su b, chiamalo B e traccia la circonferenza di centro A e raggio AB; questa andrà a intersecare c in un punto che chiamerai C. Traccia per il punto B la perpendicolare al lato b; allo stesso modo traccia per C la perpendicolare al lato c; sia D il punto di intersezione di tali due perpendicolari. Quale sarà il luogo delle posizioni di D, al variare di B su b? Perché? Dopo aver risposto, traccia il luogo con **GeoGebra**.

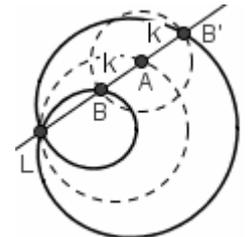
- 29)  Traccia una retta per due punti A e B, poi la circonferenza di centro A e passante per B. Definisci ora sulla retta AB un punto mobile; cambia il suo nome in P; modifica il suo colore; traccia la circonferenza di centro B e raggio BP, e chiama Q una delle sue intersezioni con la circonferenza iniziale. La retta AQ taglierà l'ultima circonferenza tracciata in un secondo punto (oltre a Q) che denominerai W e colorerai come desideri. Ora cerca di prevedere (non è facile!) che forma avrà il luogo delle posizioni di W al variare di P, e traccialo infine con **GeoGebra** per confermare le tue congetture.

- 30)  Sul foglio **GeoGebra**, crea un punto O ("polo") e una retta b non passante per O. Con centro in O traccia una circonferenza, e prendi su di essa un punto A. Traccia la retta OA, indica con W il punto in cui questa retta interseca la retta b, poi con centro in W traccia una circonferenza di raggio fissato (strumento "Circonferenza dati centro e raggio"). Siano infine B, B' i due punti di intersezione di tale circonferenza con la retta OA. Il luogo descritto dalla coppia di punti B, B' al variare di A è chiamato "**concoide di Nicomede**"; è curioso osservare come cambia di forma se la retta b viene spostata.



- 31)  Sul foglio **GeoGebra**, sia L un punto fissato di una circonferenza fissata. Sia poi A un punto che può invece variare, su quella circonferenza. Tracciata la retta LA, i due punti B e B', che stanno su quella retta da parti opposte rispetto ad A, e sono tali che $AB = AB' = costante = k$, determinano, al variare di A, la **lumaca di Pascal**.

- 32)  Traccia una retta per due punti A e B piuttosto vicini, poi la circonferenza di centro A e passante per B. Definisci ora su tale circonferenza un punto; rinominalo, chiamandolo N; scegli per questo punto un bel colore giallo sole; disegna la circonferenza di centro B e raggio BN, poi quella di centro N e raggio NB. Sia G l'intersezione, esterna alla circonferenza iniziale, dell'ultima fra le circonferenze in gioco, con la retta AN; rendi rosso l'aspetto di G. Crea con **GeoGebra** il luogo descritto da G al variare di N.



Questa curva $N \rightarrow G$, da colorare anch'essa in rosso, è una dedica personale dell'autore del libro.