

7. NUOVE EQUIVALENZE LOGICHE NOTEVOLI

$p \rightarrow q = \bar{q} \rightarrow \bar{p}$ **Importantissima.** E' chiamata "PRIMA LEGGE DELLE INVERSE"

$p \rightarrow q = \bar{p} \vee q$ **Importantissima.** Descrive la corretta interpretazione di $p \rightarrow q$

$$p \wedge q = \overline{\overline{p \wedge q}}$$

$$p \vee q = \overline{\overline{p \vee q}}$$

$$p \rightarrow (q \wedge r) = (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$$

$$p \rightarrow (q \vee r) = (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$$

$$p \rightarrow (q \rightarrow r) = (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

$$p \leftrightarrow q = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$$p \leftrightarrow q = (p \wedge q) \vee (\bar{p} \wedge \bar{q})$$

$$\overline{p \leftrightarrow q} = \bar{p} \leftrightarrow \bar{q}$$

$$p \leftrightarrow q = \bar{p} \leftrightarrow \bar{q}$$

$$p \leftrightarrow q = (\bar{p} \vee q) \wedge (p \vee \bar{q})$$

Ricordiamo (vedi pag. 75)
che due proposizioni composte,
costituite dalle stesse proposizioni componenti
(collegate, però, in modo diverso dai connettivi logici),
si dicono "logicamente equivalenti"
se assumono sempre lo stesso valore di verità,
qualunque siano i valori di verità
delle proposizioni componenti.

E che
per verificare se due proposizioni
sono logicamente equivalenti,
ci si serve delle "tavole di verità" dei vari connettivi:

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

p	\bar{p}
V	F
F	V

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

ESERCIZI

(ricordiamo che in questo contesto il simbolo " = " va letto "logicamente equivalente a")

Esercizio 1. Serviti della tabella seguente per verificare la **Prima Legge delle Inverse**

$$p \rightarrow q = \bar{q} \rightarrow \bar{p}$$

p	q	$p \rightarrow q$	\bar{q}	\bar{p}	$\bar{q} \rightarrow \bar{p}$
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

Esercizio 2. Verifica, tramite la tabella sottostante, l'equivalenza logica

$$p \rightarrow (q \rightarrow r) = (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

p	q	r	$q \rightarrow r$	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$	$p \rightarrow q$	$p \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$
V	V	V					
V	V	F					
V	F	V					
V	F	F					
F	V	V					
F	V	F					
F	F	V					
F	F	F					

Esercizio 3. Verifica la validità di alcune, a tua scelta,
fra le equivalenze logiche riportate in questa pagina.

ESERCIZI (risposte a pag. 376)

Riportiamo questi esercizi per gentilissima concessione del prof. Raffaele Mascella dell'Università di Teramo.

1) Posto:

A = "Carlo è ligure";

B = "Diego è piemontese",

scrivere le proposizioni che formalizzano i seguenti enunciati:

- (a) "Se Carlo non è ligure, allora Diego non è piemontese"
- (b) "È falso che se Carlo è ligure, allora Diego è piemontese"
- (c) "Carlo è ligure se Diego è piemontese"
- (d) "Carlo può essere ligure solo se Diego è piemontese"
- (e) "Carlo è ligure se e solo se Diego è piemontese"
- (f) "O Carlo è ligure o, se Carlo non è ligure, allora Diego è piemontese"

2) Posto

A = "Angelo viene alla festa",

B = "Bruno viene alla festa",

C = "Carlo viene alla festa"

e D = "Davide viene alla festa",

scrivere le proposizioni che formalizzano i seguenti enunciati:

- (a) "Angelo viene alla festa, ma Bruno no"
- (b) "Se Davide viene alla festa allora vengono anche Bruno e Carlo"
- (c) "Carlo viene certamente alla festa se non vengono né Angelo né Bruno"
- (d) "Davide viene alla festa se e solo se viene Carlo e non viene Angelo"
- (e) "Alla festa vengono uno almeno fra Angelo e Bruno, e uno e uno solo fra Carlo e Davide"
- (f) "Se Davide viene alla festa, allora, se Carlo non viene, viene Angelo"
- (g) "Carlo viene alla festa se viene Davide, ma, se viene Davide, allora Bruno non viene"
- (h) "Se vengono alla festa Angelo e Bruno, allora viene Carlo se non viene Davide"
- (i) "Carlo viene alla festa se non vengono Bruno e Angelo o se viene Davide"
- (l) "Se Angelo viene alla festa allora vengono Bruno o Carlo, ma se Angelo non viene alla festa, allora vengono Carlo e Davide"
- (m) "Angelo, Bruno e Carlo vengono alla festa se e solo se Davide non viene, ma, se né Angelo né Bruno vengono, Davide viene se viene Carlo"

3) Dire in quali dei seguenti casi si hanno equivalenze (attraverso le tavole di verità):

- (a) $p \rightarrow q$ equivale a $\overline{p \wedge q}$?
- (b) $(\overline{p} \rightarrow q) \vee (p \rightarrow \overline{q})$ equivale a $p \vee q$?
- (c) $p \rightarrow \overline{q}$ equivale a $\overline{p} \vee \overline{q}$?

4) Dire quali delle seguenti coppie di forme proposizionali sono logicamente equivalenti:

- (a) $p \rightarrow q, \overline{q} \rightarrow p$
- (b) $p \wedge (q \rightarrow r), q \wedge (p \rightarrow r)$
- (c) $(p \vee q) \rightarrow r, (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$

5) (Preparazione al test di ingresso del Politecnico di Torino)

Luigi scommette con Mario che, se Eddy Merckx diventasse commissario tecnico della Nazionale Italiana di Ciclismo, un italiano vincerebbe sicuramente il prossimo giro d'Italia. In quale dei seguenti casi sicuramente Luigi perderebbe la scommessa?

- (a) Eddy Merckx diventa commissario tecnico, l'italiano Garzelli vince il prossimo Tour de France
- (b) Eddy Merckx diventa commissario tecnico, lo spagnolo Sastre vince il prossimo Giro d'Italia
- (c) Eddy Merckx non diventa commissario tecnico, l'italiano Garzelli vince il prossimo Giro d'Italia
- (d) Eddy Merckx non diventa commissario tecnico, lo spagnolo Sastre vince il prossimo Giro d'Italia
- (e) Eddy Merckx non diventa commissario tecnico