

9. PROPOSIZIONI “APERTE”

Se io scrivo

“ n è multiplo di 3”

non faccio, in tal modo, un’affermazione che si possa dire vera o falsa **in assoluto**:
la verità o falsità di questa espressione linguistica dipenderà dal valore di n .

Ad esempio, con $n = 6$ è VERA, mentre con $n = 10$ è FALSA.

**Un’AFFERMAZIONE CONTENENTE UNA VARIABILE
è detta PROPOSIZIONE APERTA o PREDICATO.**

Ogni proposizione aperta ha dunque

- il suo **INSIEME UNIVERSO** o **INSIEME AMBIENTE** o **DOMINIO**
vale a dire, l’insieme dei valori della variabile per i quali la proposizione ha senso:
nell’esempio fatto, è l’insieme \mathbb{N} dei numeri naturali;
- il suo **INSIEME DI VERITÀ**
vale a dire, l’insieme dei valori della variabile che rendono vera la proposizione:
nell’esempio fatto, è $\{3, 6, 9, 12, 15, \dots\}$

Facciamo un altro esempio:

“Le due diagonali di x sono uguali”

Questa è una proposizione aperta, o predicato, il cui insieme universo è costituito da quegli oggetti x per i quali abbia senso parlare di due diagonali: si tratta, evidentemente, dei quadrilateri.

L’insieme di verità della proposizione aperta considerata è invece costituito da tutti e soli quei quadrilateri aventi la proprietà di avere le diagonali uguali: fra di essi, troviamo in particolare i rettangoli e i trapezi isosceli.

**Per indicare una proposizione aperta si può utilizzare
una lettera dell’alfabeto, seguita da una coppia di parentesi
contenenti al loro interno la variabile da cui la proposizione aperta dipende.**

Esempi:

“ n è multiplo di 3” = $p(n)$ [Leggi: p di n]

“Le due diagonali di x sono uguali” = $d(x)$

ESERCIZI (risposte a pag. 376)

1) Stabilisci se la proposizione aperta

“ x è un numero primo”

è vera o falsa nei seguenti casi:

a) $x = 111$ b) $x = 431$ c) $x = 2401$

2) Stabilisci se la proposizione aperta (a due “argomenti”: NOTA)

“ $x^2 \geq y$ ”

è vera o falsa nei seguenti casi:

a) $x = 5, y = 19$ b) $x = 0,25, y = 0,07$ c) $x = 1/6, y = 0,02\bar{7}$

NOTA:

“argomento”

è, in linea di massima,
sinonimo di “variabile
indipendente”

**Le seguenti belle definizioni schematiche di:
intersezione, unione, differenza insiemistica,
sono scritte utilizzando proposizioni aperte.**

*Tieni presente che il simbolo “:”
è impiegato per indicare “tale che, tali che”,
esattamente come il simbolo “/”*

INTERSEZIONE

$$A \cap B = \{x : x \in A \wedge x \in B\}$$

Leggi: $A \cap B$ è l’insieme degli x
tali che $x \in A$ ET $x \in B$

UNIONE

$$A \cup B = \{x : x \in A \vee x \in B\}$$

Leggi: $A \cup B$ è l’insieme degli x
tali che $x \in A$ VEL $x \in B$

**DIFFERENZA
INSIEMISTICA**

$$A - B = \{x : x \in A \wedge x \notin B\}$$

Leggi: $A - B$ è l’insieme degli x
tali che $x \in A$ ET $x \notin B$