

12. Condizione sufficiente (CS), necessaria (CN), necessaria e sufficiente (CNS); se, soltanto se, se e solo se (SSE). La Prima Legge delle Inverse

♥ Quando vale l'implicazione $p \Rightarrow q$, si può dire che

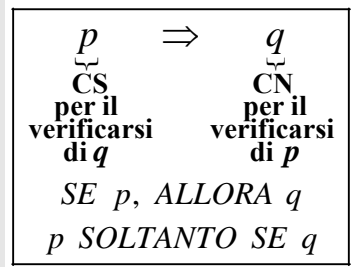
- p è condizione SUFFICIENTE per il verificarsi di q
- q è condizione NECESSARIA per il verificarsi di p

Perché "necessaria"?

Perché, se non si verifica q , non può verificarsi neppure p , in quanto, se si verificasse p , l'implicazione ci dice che si verificherebbe anche q .

Esempio: x è multiplo di 6 \Rightarrow x è multiplo di 3

Per un intero x ,
l'essere multiplo di 6 è SUFFICIENTE per essere multiplo di 3;
l'essere multiplo di 3 è NECESSARIO per essere multiplo di 6
(in quanto se un intero NON è multiplo di 3,
è già subito escluso che possa essere multiplo di 6).



♥ Una

"condizione necessaria"
è anche detta, dal latino,
"CONDITIO SINE QUA NON",
ossia
"condizione senza la quale
non può verificarsi l'altra".

E' facile rendersi conto che

un'implicazione $p \Rightarrow q$ è perfettamente equivalente all'implicazione $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$

(1) "Se un fungo è velenoso, allora diventa nero al taglio"
è perfettamente equivalente a

(2) "Se un fungo non diventa nero al taglio, allora non è velenoso"

Possiamo convincerci di questa equivalenza tramite le semplici considerazioni seguenti.

- Supponiamo che sia vera la (1); voglio dimostrare che, in tal caso, è certamente vera anche la (2).
Infatti, qualora io prenda un fungo, lo tagli, e veda che NON diventa nero, posso star certo che NON è velenoso: perché se per assurdo lo fosse, in forza della verità della (1) avrebbe dovuto diventar nero al taglio.
- E, viceversa, supponiamo che sia vera la (2); voglio far vedere che, in tal caso, è certamente vera anche la (1).
Infatti, qualora io prenda un fungo velenoso, posso star certo che diventerà nero al taglio; perché, se per assurdo non lo diventasse, in forza della verità della (2) non sarebbe velenoso.

Il ragionamento fatto con riferimento ai funghi è facilmente generalizzabile ad implicazioni qualsiasi.

Resta così stabilita la cosiddetta "Prima Legge delle Inverse", che afferma appunto quanto si diceva:

♥ **un'implicazione $p \Rightarrow q$ è perfettamente equivalente all'implicazione $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$**

La Prima Legge delle Inverse è valida sia nel caso dell'implicazione logica

(sul quale abbiamo ragionato quando abbiamo parlato di funghi), che in quello dell'implicazione materiale:

avevamo già visto in precedenza che le due implicazioni materiali $p \rightarrow q$, $q \rightarrow p$ hanno la stessa tavola di verità.

Considerata ora un'implicazione logica $p \Rightarrow q$,

- l'implicazione $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ ne viene detta la **CONTRONOMINALE**
- l'implicazione $q \Rightarrow p$ ne viene detta l' **INVERSA**
- l'implicazione $\bar{p} \Rightarrow \bar{q}$ ne viene detta la **CONTRARIA**

La Prima Legge delle Inverse può essere enunciata dicendo che un'implicazione è equivalente alla sua contronominale,

nel senso che, se un'implicazione è vera, allora è vera anche la rispettiva contronominale, e viceversa.

Invece **non esiste alcun legame generale fra il valore di verità di una implicazione e quello della sua inversa:**

ad esempio, per l'implicazione (vera): "Se un triangolo ha due lati uguali, allora ha anche due angoli uguali",
anche l'inversa è vera;

mentre nel caso dell'implicazione (vera): "Se un numero è divisibile per 6, allora è divisibile per 3",
l'inversa è falsa.

Così pure, non c'è alcun legame generale fra il valore di verità di un'implicazione e quello della "contraria".

Si può d'altra parte osservare che **l'inversa e la contraria di una stessa implicazione sono sempre equivalenti fra loro, in quanto sono una la contronominale dell'altra.**

♥ Nel caso della “DOPPIA IMPLICAZIONE”, si può dire che, quando è vera la

$$p \Leftrightarrow q,$$

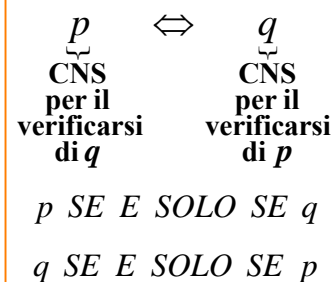
p è condizione SUFFICIENTE E NECESSARIA affinché si verifichi q
 q è condizione NECESSARIA E SUFFICIENTE affinché si verifichi p

Vale a dire:

quando è vera la biimplicazione $p \Leftrightarrow q$,
 possiamo affermare che
 ciascuna delle due condizioni p , q è tanto necessaria quanto sufficiente
 (CNS = Condizione Necessaria e Sufficiente) al verificarsi dell'altra.

♥ Una doppia implicazione $p \Leftrightarrow q$ può essere letta:

$$p \text{ SE E SOLO SE } q.$$



♥ "Se e solo se",
 "cond. necessaria e sufficiente"
 sono locuzioni "regine" per
 indicare DOPPIA implicazione

ESERCIZI (risposte a pag. 376)

Metti al posto dei puntini la locuzione corretta fra:

- SUFFICIENTE (SUFF), CONDIZIONE SUFFICIENTE (CS)
- NECESSARIO (NEC), CONDIZIONE NECESSARIA (CN),
- NECESSARIO E SUFFICIENTE (NS), CONDIZIONE NECESSARIA E SUFF. (CNS),
- SE,
- SOLTANTO SE,
- SE E SOLO SE (SSE)

- 1) Per poter comandare a un sergente, è essere un capitano.
 (NOTA: i “gradi” dell'esercito sono, dal basso verso l'alto:
 soldato semplice, caporale, sergente, maresciallo, tenente, capitano, maggiore, colonnello, generale).
- 2) Per poter concludere che un numero intero è pari, è sapere che è multiplo di 4.
- 3) Un numero intero è pari è multiplo di 4.
- 4) Condizione affinché un numero intero sia dispari, è che il suo quadrato sia dispari.
- 5) Un intero è dispari il suo quadrato è dispari.
- 6) Condizione perché una persona residente in Italia possa votare alle elezioni politiche,
 è che abbia compiuto i 18 anni.
- 7) Una persona residente in Italia può votare alle elezioni politiche ha compiuto 18 anni.
- 8) Per fare una buona pastasciutta, è ricordarsi di salare la pasta.
- 9) Sia ABCD un quadrilatero. Affinché ABCD sia un rettangolo, è che abbia le diagonali uguali.
- 10) Condizione affinché un numero intero sia maggiore di 100, è che sia maggiore di 50.
- 11) Condizione affinché un numero intero sia divisibile per 10, è che sia divisibile per 5.
- 12) Condizione affinché un triangolo abbia i tre lati uguali, è che abbia i tre angoli uguali.
- 13) Un triangolo è equilatero è equiangolo.
- 14) Condizione affinché un quadrilatero sia un rombo, è che abbia le diagonali perpendicolari.
- 15) Condizione affinché un quadrilatero sia un parallelogrammo,
 è che le sue diagonali si taglino scambievolmente per metà.
- 16) Condizione affinché due angoli siano uguali, è che abbiano i lati paralleli e concordi.
- 17) Condizione affinché un parallelogrammo sia un rombo, è che abbia le diagonali perpendicolari.
- 18) Condizione affinché un quadrilatero abbia le diagonali perpendicolari,
 è che abbia due lati consecutivi uguali fra loro, e gli altri due pure uguali fra loro.
- 19) Condizione affinché due triangoli siano uguali, è che abbiano rispettivamente uguali i tre lati.
- 20) Un quadrilatero è un parallelogrammo ha gli angoli opposti uguali.

ESERCIZI (risposte a pag. 377)

Di ciascuna delle seguenti implicazioni, scrivi

- la contronominale
- la contraria
- l'inversa

stabilendone il valore di verità e confrontandolo con il valore di verità dell'implicazione iniziale.

1) *Se un intero è primo, allora è dispari* [Metti una croce sulla risposta corretta:] VERA / FALSA

Contronominale:	<input type="checkbox"/> VERA/ <input type="checkbox"/> FALSA
Contraria:	<input type="checkbox"/> VERA/ <input type="checkbox"/> FALSA
Inversa:	<input type="checkbox"/> VERA/ <input type="checkbox"/> FALSA

2) *Se un intero è divisibile per 10, allora è divisibile anche per 5* VERA / FALSA

Contronominale:	<input type="checkbox"/> VERA/ <input type="checkbox"/> FALSA
Contraria:	<input type="checkbox"/> VERA/ <input type="checkbox"/> FALSA
Inversa:	<input type="checkbox"/> VERA/ <input type="checkbox"/> FALSA

3) *Se un triangolo ha i tre lati uguali, allora ha anche i tre angoli uguali* VERA / FALSA

Contronominale:	<input type="checkbox"/> VERA/ <input type="checkbox"/> FALSA
Contraria:	<input type="checkbox"/> VERA/ <input type="checkbox"/> FALSA
Inversa:	<input type="checkbox"/> VERA/ <input type="checkbox"/> FALSA

4) *Se un quadrilatero ha le diagonali perpendicolari, allora ha i quattro lati uguali* VERA / FALSA

Contronominale:	<input type="checkbox"/> VERA/ <input type="checkbox"/> FALSA
Contraria:	<input type="checkbox"/> VERA/ <input type="checkbox"/> FALSA
Inversa:	<input type="checkbox"/> VERA/ <input type="checkbox"/> FALSA

5) *Se Cristina è ricoverata all'ospedale, allora ha partorito* VERA / FALSA

Contronominale:	<input type="checkbox"/> VERA/ <input type="checkbox"/> FALSA
Contraria:	<input type="checkbox"/> VERA/ <input type="checkbox"/> FALSA
Inversa:	<input type="checkbox"/> VERA/ <input type="checkbox"/> FALSA

ESERCIZI su implicazione e biimplicazione logica, Prima Legge delle Inverse ... **con risposte a pag. 377**

(da test di ammissione all'Università: 1, 4, 6, 7 Architettura, 2, 5 Medicina, 3 Veterinaria, 9 Politecnico)

- 1) La maestra dice a Pierino: “*Se risolvi correttamente due esercizi su cinque, ti darò la sufficienza*”. Pierino non prende la sufficienza. Dunque, necessariamente Pierino:
- A) ha risolto correttamente un esercizio B) ha risolto correttamente un esercizio e ne ha sbagliato un altro
 C) non ha risolto correttamente nessun esercizio D) ha risolto correttamente al più un esercizio
 E) ha risolto due esercizi, ma con errori
- 2) Si completi correttamente il seguente ragionamento ipotetico:
 Se non avessi avuto talento non saresti diventato artista; ma sei diventato artista dunque
- A) sei artista B) sarai artista C) non avrai talento D) non hai talento E) hai talento
- 3) L'affermazione “quando mangio troppo mi viene mal di stomaco” implica che:
- A) non ho mal di stomaco pur avendo mangiato troppo
 B) a volte capita che non abbia mal di stomaco pur avendo mangiato troppo
 C) se ho mal di stomaco vuol dire che ho mangiato troppo
 D) se non mi viene mal di stomaco allora non ho mangiato troppo
 E) o mangio troppo o mi viene mal di stomaco
- 4) Per un intervallo I di numeri reali vale la seguente proprietà: I è compatto se e solo se è chiuso e limitato. Senza che tu debba conoscere il significato dei termini in oggetto, scegli tra le seguenti affermazioni l'unica che consegue necessariamente dalla proprietà enunciata.
- A) Se I è limitato ma non compatto, allora I è chiuso B) Se I non è limitato, allora I non è compatto
 C) Se I è chiuso e compatto, allora I non è limitato D) Se I è chiuso oppure è limitato, allora I è compatto
 E) Se I non è chiuso oppure non è limitato, allora I è compatto
- 5) Quale delle seguenti proposizioni equivale a dire che
 <condizione sufficiente affinché la proposizione Q sia vera è che sia vera la proposizione P > ?
- A) Se Q è vera, allora P è vera B) Se P è vera, allora Q è vera
 C) Se P è falsa, allora Q è falsa D) P è falsa se e solo se Q è falsa E) P è vera se e solo se Q è vera
- 6) Alessandro afferma: *Se Rossi parte in pole position arriva primo*. Quale delle seguenti proposizioni è la NEGAZIONE di quella di Alessandro?
- A) Se Rossi non parte in pole position non vince
 B) Rossi può non vincere anche se parte in pole position
 C) Rossi non vince mai ogni volta che parte in pole position
 D) Rossi può non partire in pole position e non vincere
 E) Rossi può arrivare primo anche se non parte in pole position
- 7) Se Salvatore ha superato il test e Carmela ha superato il test, allora anche Benedetto ha superato il test. Però Salvatore non ha superato il test. Quindi:
- A) Benedetto non ha superato il test B) Benedetto oppure Carmela non hanno superato il test
 C) Benedetto potrebbe avere superato il test D) Benedetto non ha superato il test e Carmela ha superato il test
 E) se neppure Carmela ha superato il test, Benedetto non ha superato il test
- 8) Anna, Bruno, Carlo e Daniela stanno valutando se partire per Cortina il prossimo fine settimana. Si sa che: se parte Carlo, parte anche Daniela; se non parte Anna, non parte nemmeno Daniela; se parte Anna, lo fa pure Bruno. Quale delle seguenti affermazioni può essere dedotta?
- A) Non parte nessuno B) Partono Anna e Bruno C) Partono tutti
 D) Se non parte Bruno, non parte nessuno E) Se parte Anna, parte anche Carlo
- 9) In base alle tue conoscenze di Geometria, riempi i puntini con la locuzione corretta fra “necessaria” (N), “sufficiente” (S), “necessaria e sufficiente” (“NS”; “SE”, “SOLO SE”, “se e solo se” (SSE):
- a) Un triangolo ha due angoli uguali ... ha due lati uguali
 b) Condizione ... affinché un quadrilatero abbia le diagonali perpendicolari, è che abbia tutti i lati uguali
 c) Un quadrilatero ha i lati opposti a due a due paralleli ... questi lati opposti sono a due a due uguali
 d) Condizione ... affinché un quadrilatero abbia le diagonali uguali, è che abbia i 4 angoli di 90°
 e) Condizione ... affinché un triangolo sia isoscele, è che la mediana e l'altezza relative a un lato coincidano
 f) Due rette sono parallele ... formano con una trasversale angoli corrispondenti uguali
 g) In un poligono convesso la somma degli angoli interni è di 540° ... i lati sono 5
 h) Condizione ... affinché un quadrilatero abbia i lati opposti uguali, è che abbia gli angoli opposti uguali
 i) Un quadrilatero ha i 4 angoli retti ... ha le diagonali fra loro uguali
 l) Un triangolo è rettangolo ... la mediana relativa a un lato è uguale a metà del lato stesso
 m) Condiz. ... affinché un quadrilatero abbia le diagonali uguali, è che sia un trapezio isoscele o un rettangolo