13. REGOLE DI INFERENZA

Consideriamo la proposizione: $\boxed{\left[(p \to q) \wedge (q \to r) \wedge \overline{r}\right] \to \overline{p}}$

Essa è (come si verifica facilmente, sia col ragionamento diretto che con la tavola di verità) una *tautologia*.
Ci interessa osservare che si tratta di una tautologia della forma $(\ldots \wedge \ldots \wedge \ldots \wedge \ldots) \to \ldots$

> Una tautologia che si presenta sotto la forma $\boxed{(\ldots \wedge \ldots \wedge \ldots \wedge \ldots) \to \ldots}$
> vale a dire, **una TAUTOLOGIA che sia un' IMPLICAZIONE, nella quale L'ANTECEDENTE È UNA CONGIUNZIONE DI DUE O PIÙ PROPOSIZIONI, viene detta REGOLA DI INFERENZA (= REGOLA DI DEDUZIONE, REGOLA DI RAGIONAMENTO)**

In effetti: supponiamo che, in una determinata situazione, tutte le "premesse"
(cioè, le proposizioni che occupano i puntini fra parentesi) siano vere;
sapendo che l'implicazione è una tautologia, cioè è sempre vera, ne potremo DEDURRE con sicurezza che la conclusione (ossia, la proposizione che occupa i puntini dopo la freccia) è vera.

Abbiamo sfruttato uno "**schema di ragionamento**" che ci ha aiutato, a partire da certe premesse, a trarre una conclusione corretta.

Applicazione. Supponiamo di sapere che sono vere le seguenti proposizioni:

"Se Bobi ha capito l'addestramento, allora Bobi farà scappare il postino"
"Se il postino scapperà, allora il direttore dell'ufficio postale mi telefonerà per protestare"
"Il direttore dell'ufficio postale non mi ha telefonato"

Per la regola di inferenza $\boxed{\left[(p \to q) \wedge (q \to r) \wedge \overline{r}\right] \to \overline{p}}$, possiamo allora dedurre

"Bobi non ha capito l'addestramento".

Forse questo esempio ti ha un po' deluso, perché non è che ci fosse assoluto bisogno di scomodare le "tautologie" o le "tavole di verità" o le "regole di inferenza" per trarre questa conclusione sul povero Bobi.

In effetti, molte delle principali regole di inferenza, alcune delle quali vengono persino indicate con nomi particolari, appaiono piuttosto banali e scontate.
Tuttavia, non sarà del tutto inutile elencarne alcune:
quelle banali, se non altro, serviranno a classificare in modo schematico ed ordinato i principali tipi di ragionamento di cui ci serviamo nella vita di tutti i giorni.

$\left[(p \to q) \wedge p\right] \to q$	Regola del "**modus ponens**"
$\left[(p \to q) \wedge \overline{q}\right] \to \overline{p}$	Regola del "**modus tollens**"
$\left[(p \to q) \wedge (q \to r)\right] \to (p \to r)$	"**Sillogismo ipotetico**"
$\left[(p \vee q) \wedge \overline{q}\right] \to p$	"**Sillogismo disgiuntivo**"
$\left[\overline{p \wedge q} \wedge q\right] \to \overline{p}$	
$\left[(p \leftrightarrow q) \wedge (\overline{q} \to r) \wedge (p \to r)\right] \to r$	(tanto per dare un esempio di regola di inferenza non troppo ovvia)

Osserviamo, per terminare, che il "**modus tollens**"
può essere visto come un'ennesima variazione sul vecchio tema della "**Prima Legge delle Inverse**".

Ti segnalo che **in molti libri di testo le regole di inferenza vengono "raffigurate" in un modo diverso da quello che abbiamo scelto noi**:

ad esempio, anziché scrivere $\left[(p \to q) \wedge p\right] \to q$ spesso si scrive

$$\begin{array}{c} \boldsymbol{p \to q} \\ \boldsymbol{p} \\ \hline \boldsymbol{q} \end{array}$$

(suggestivo! E' un po' come se la conseguenza venisse vista come la "somma", il "risultato" delle premesse).

Il significato della schematizzazione è sempre lo stesso, ossia la scrittura equivale ad affermare che "se sono vere le premesse $p \to q$ e p, allora ne consegue la verità di q".

ESERCIZI (risposte a pag. 377)

1) Controlla la correttezza di alcune, a tua scelta, fra le 6 regole della tabella precedentemente riportata; cioè, considerata una di tali implicazioni, costruiscine la tavola di verità per constatare che è una tautologia.

2) Considera il seguente ragionamento:

Se c'è la luna piena, i coyote ululano.
Non c'è la luna piena.
Quindi, ne deduco che i coyote non ululano.

Ti sarai reso conto subito che NON si tratta di un ragionamento corretto. I coyote potrebbero benissimo ululare anche in assenza di luna piena, ad esempio nel periodo degli amori. Per esercizio, controlla la sua non correttezza schematizzandolo e verificando che l'implicazione ottenuta non è una tautologia.

3) Lo schema di ragionamento

$$\left[(a \to c) \wedge \left(b \to \bar{c}\right)\right] \to \left(a \to \bar{b}\right)$$

è corretto?
Cerca dapprima di giungere alla risposta senza utilizzare la tavola di verità. Successivamente, a titolo di conferma, compila anche la tavola di verità.

4) *Se* $A \subseteq X$ *, allora,*
nel caso sia $B \subseteq X$ *,*
è anche $C \subseteq X$ *.*
Se $B \subseteq X$ *, anche* $A \subseteq X$ *.*
Ma C non è incluso in X.
Quindi, B non è incluso in X.

Il ragionamento fatto è corretto? Rispondi ragionando, ed eventualmente aiutandoti con una tavola di verità.

5) *Per passare l'esame, è sufficiente*
sapere a memoria l'indice del libro di testo.
Io imparerò a memoria l'indice del libro di testo,
solo se rimarrò a casa nel fine settimana.
Ma io andrò via per il fine settimana.
Quindi non passerò l'esame.

Schematizza il ragionamento, e stabilisci se è corretto.

6) Quanti dei seguenti ragionamenti risultano logicamente attendibili? (*dal Test di Ingresso a Medicina* 2006)

PRIMO
Ogni volta che conquista una vetta, Messner si concede una bella bevuta.
Adesso ha appena conquistato una vetta.
Dunque si concederà una bella bevuta.

SECONDO
Ogni volta che vince il Tour de France, Armstrong si concede una bevuta.
Adesso si concede una bevuta.
Dunque ha appena vinto il Tour de France.

TERZO
Rossi ha appena vinto una gara.
Ogni volta che vince una gara, Rossi fa impennare la moto.
Dunque adesso Rossi farà impennare la moto.

QUARTO
Bearzot sta fumando la pipa.
Dopo aver vinto una partita, Bearzot fuma sempre la pipa.
Dunque Bearzot ha appena vinto una partita.