4. EQUAZIONI LETTERALI FRATTE

Sono quelle che, oltre a presentare il parametro, contengono almeno una volta l'incognita a denominatore.

Vediamo un **esempio**.

❑ $$\frac{(a+1)x-2}{a^2x-6a^2-2ax+12a}+\frac{x-1}{ax-6a}=\frac{x+1}{ax-6a-2x+12}$$

Scomponiamo i denominatori e facciamo il denominatore comune:

$$\frac{(a+1)x-2}{a(a-2)(x-6)}+\frac{x-1}{a(x-6)}=\frac{x+1}{(a-2)(x-6)}$$

$$\frac{ax+x-2+(a-2)(x-1)}{\cancel{a(a-2)(x-6)}}=\frac{a(x+1)}{\cancel{a(a-2)(x-6)}} \qquad x\neq 6 \quad (*) \qquad a\neq 0 \quad a\neq 2 \quad (**)$$

$$\cancel{ax}+x\cancel{-2}+ax-a-2x\cancel{+2}=\cancel{ax}+a$$

$$ax-x=a+a$$

$$(a-1)x=2a$$

Se $a\neq 1$:	Se $a=1$:
$x=\dfrac{2a}{a-1}$	$0\cdot x=2 \quad$ *impossibile*

C'è a questo punto una "coda".
All'atto di spedir via il denominatore,
noi avevamo scritto la "condizione di accettabilità"
$x\neq 6$.

Ora, *in generale*, la soluzione trovata $x=\dfrac{2a}{a-1}$
è, in effetti, diversa da 6;
tuttavia, può darsi che esista un valore del parametro *a*
per il quale tale soluzione risulti proprio uguale a 6!
Se ciò accadesse, per quel valore di *a* l'equazione risulterebbe impossibile, in quanto dotata di soluzione non accettabile.

Si tratta quindi di andare a cercare quell'eventuale valore di *a*, impostando l'equazione

$$\frac{2a}{a-1}=6$$

nella quale a fa da incognita.

$$\frac{2a}{a-1}=6$$

$$\frac{2a}{\cancel{a-1}}=\frac{6(a-1)}{\cancel{a-1}} \qquad (a\neq 1)$$

$$2a=6a-6$$

$$-4a=-6$$

$$a=\frac{3}{2}$$

(*) ♥
La condizione riferita all'incognita
$x\neq 6$
è una
"CONDIZIONE
DI ACCETTABILITA' "
e significa:
se alla fine dovesse capitare
di trovare come soluzione $x=6$,
bisognerebbe scrivere:
"soluzione NON ACCETTABILE".

(**) ♥
Le condizioni riferite al parametro
$a\neq 0$, $a\neq 2$
hanno un significato
COMPLETAMENTE DIVERSO:
sono
"CONDIZIONI PRELIMINARI",
e significano:
al parametro *a* possiamo attribuire
il valore che desideriamo,
ma con due eccezioni:
non è lecito attribuire ad *a*
né il valore 0 né il valore 2,
perché altrimenti si otterrebbe
un'equazione priva di significato.

"Priva di significato"
non equivale affatto a "impossibile":

♪ **un'equazione "impossibile"**
è un'equazione che ha senso
affrontare e cercare di risolvere,
ma che non ha soluzioni,
come un albero senza frutti;

♫ **di fronte ad un'equazione**
"priva di significato", invece,
si rimane bloccati fin dall'inizio,
perché ci si trova a che fare con
una o più operazioni non eseguibili.

Ricapitoliamo:

- con $a=0 \vee a=2$ l'equazione non ha significato
- con $a=1$ l'equazione è impossibile
- con $a=\dfrac{3}{2}$ l'equazione è impossibile (soluzione non accettabile)
- con $a\neq 0 \wedge a\neq 1 \wedge a\neq 2 \wedge a\neq \dfrac{3}{2}$ l'equazione ha 1 e 1 sola soluzione e precisamente $x=\dfrac{2a}{a-1}$

Facciamo una **verifica**.

Cosa diventa la nostra equazione nel caso particolare $a=\frac{3}{2}$?

Sostituiamo:

$$\frac{\left(\frac{3}{2}+1\right)x-2}{\frac{9}{4}x-\cancel{6}^{\,3}\cdot\frac{9}{\cancel{4}_{\,2}}-\cancel{2}\cdot\frac{3}{\cancel{2}}x+\cancel{12}^{\,6}\cdot\frac{3}{\cancel{2}}}+\frac{x-1}{\frac{3}{2}x-\cancel{6}^{\,3}\cdot\frac{3}{\cancel{2}}}=\frac{x+1}{\frac{3}{2}x-\cancel{6}^{\,3}\cdot\frac{3}{\cancel{2}}-2x+12}$$

$$\frac{\frac{5}{2}x-2}{\frac{9}{4}x-\frac{27}{2}-3x+18}+\frac{x-1}{\frac{3}{2}x-9}=\frac{x+1}{\frac{3}{2}x-9-2x+12}$$

$$\frac{\frac{5x-4}{2}}{\frac{9x-54-12x+72}{4}}+\frac{x-1}{\frac{3x-18}{2}}=\frac{x+1}{\frac{3x-18-4x+24}{2}}$$

$$\frac{\frac{5x-4}{2}}{\frac{-3x+18}{4}}+\frac{x-1}{\frac{3x-18}{2}}=\frac{x+1}{\frac{-x+6}{2}};\qquad \frac{5x-4}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{4}^{\,2}}{-3(x-6)}+(x-1)\cdot\frac{2}{3(x-6)}=(x+1)\cdot\frac{2}{-(x-6)};$$

$$-\frac{2(5x-4)}{3(x-6)}+\frac{2(x-1)}{3(x-6)}=-\frac{2(x+1)}{x-6};\qquad \frac{-10x+8+2x-2}{\cancel{3(x-6)}}=\frac{-6x-6}{\cancel{3(x-6)}}\qquad (x\neq 6)$$

$-8x+6=-6x-6;\quad -2x=-12;\quad x=6$ *NON ACCETTABILE, come ci attendevamo*

Un altro esempio:

- $$\frac{1}{3(x+1)}+\frac{x+m}{m(x-4)(x+1)}=\frac{1}{m(x-4)}$$

$$\frac{mx-4m+3x+3m}{\cancel{3m(x-4)(x+1)}}=\frac{3x+3}{\cancel{3m(x-4)(x+1)}}\qquad m\neq 0,\ \ x\neq 4,\ \ x\neq -1$$

$mx\underline{-4m}\cancel{+3x}\underline{+3m}=\cancel{3x}+3$

$mx=m+3$

$x=\frac{m+3}{m}$ (ricordiamo che avevamo già posto come condizione preliminare $m\neq 0$: con $m=0$ l'equazione sarebbe priva di significato).

La soluzione trovata $x=\frac{m+3}{m}$ in generale è accettabile;

non lo è, eccezionalmente, se risulta

$$\frac{m+3}{m}=4;\quad m+3=4m;\quad -3m=-3;\quad m=1$$

oppure

$$\frac{m+3}{m}=-1;\quad m+3=-m;\quad 2m=-3;\quad m=-\frac{3}{2}$$

SCHEMA DI RICAPITOLAZIONE

Valori del parametro per cui l'equazione è:

Determinata	**Impossibile**	**Indeterminata**	**Priva di significato**
$\begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq 1 \\ m\neq -\frac{3}{2}\end{cases}$	$m=1$ $m=-\frac{3}{2}$		$m=0$

Consigliate alcune verifiche, MOLTO istruttive! Ad esempio, per:

$m=1$
$m=2$
$m=-3/2$
$m=-3$