ESERCIZI SUI SISTEMI LETTERALI

Clicca sulla freccia, se presente, per la correzione

1) ⇨ $\begin{cases} 3x-2y=5a \\ 2x+3y=12a \end{cases}$ 2) ⇨ $\begin{cases} x+y=2a \\ x-y=2 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x-y=2 \\ 2x+y=3k+1 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x+y=k \\ x+2y=k+1 \end{cases}$

5) ⇨ $\begin{cases} mx-y=m^2 \\ 2x+my=(m+1)^2+1 \end{cases}$ 6) ⇨ $\begin{cases} x+ay=2a \\ x-y=a-1 \end{cases}$ 7) ⇨ $\begin{cases} (2a-1)x-(a+1)y=2(2a-1)(a-1) \\ (a-1)x+(a+1)y=a(5a-3) \end{cases}$

8) $\begin{cases} 2(b+1)x-(b-1)^2y=0 \\ 4x+(b-1)y=3b-1 \end{cases}$ 9) $\begin{cases} (m-1)x-my=2m^2 \\ mx=4y+[2m-(m-2)]^2 \end{cases}$ 10) ⇨ $\begin{cases} \dfrac{kx}{2}=1-\dfrac{x-y}{2} \\ (k-1)(x-3)+2y=0 \end{cases}$

11) $\begin{cases} (a+1)(x-y)=2(1-ay) \\ (a^2+1)(x-y)=2[1-a(x+y)] \end{cases}$ 12) ⇨ $\begin{cases} \dfrac{a-1}{y+2}=\dfrac{1}{x-a} \\ x-y=\dfrac{2a}{a-1} \end{cases}$ 13) $\begin{cases} m\dfrac{y}{x}-\dfrac{1}{x}=m-1 \\ x+m(y-1)=m^2+1 \end{cases}$

14) $\begin{cases} ax+by=2ab \\ ax-by=0 \end{cases}$ 15) $\begin{cases} (2a-1)x=2y-1 \\ a\dfrac{x-2}{y}+1=0 \end{cases}$ 16) ⇨ $\begin{cases} x+y+z=3a+1 \\ x-y+z=a+1 \\ x+2z=2(a+1) \end{cases}$ 17) $\begin{cases} mx+y+mz=m+1 \\ y-x=1 \\ x+z=0 \end{cases}$

18) $\begin{cases} px+qy=2 \\ x+y=\dfrac{p+q}{pq} \end{cases}$ 19) ⇨ $\begin{cases} x+y+z+t=6 \\ x-y-z+t=0 \\ x+2y+z+3t=10 \\ ax+y\quad+4t=2(a+3) \end{cases}$ 20) $\begin{cases} a^2x+a^2y+z=3a \\ ax-ay+z=a \\ x-y+az=a^2 \end{cases}$

SOLUZIONI (ED EVENTUALE DISCUSSIONE)

1) $\begin{cases} x=3a \\ y=2a \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x=a+1 \\ y=a-1 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x=k+1 \\ y=k-1 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x=k-1 \\ y=1 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x=m+1 \\ y=m \end{cases}$

6) $\begin{cases} x=a \\ y=1 \end{cases}$ *Se $a=-1$, il sistema è INDETERMINATO, con le soluzioni* $\begin{cases} x=y-2 \\ y \text{ qualsiasi} \end{cases}$

7) *Se* $a\neq\dfrac{2}{3}\wedge a\neq-1$, $\begin{cases} x=3a-1 \\ y=2a-1 \end{cases}$

Se $a=\dfrac{2}{3}$, il sistema è INDET., con le soluzioni $\begin{cases} x \text{ qualsiasi} \\ y=\dfrac{3x+2}{15} \end{cases}$

Se $a=-1$, il sistema è INDET., con le soluzioni $\begin{cases} x=-4 \\ y \text{ qualsiasi} \end{cases}$

8) *Se* $b\neq1\wedge b\neq\dfrac{1}{3}$, $\begin{cases} x=\dfrac{b-1}{2} \\ y=\dfrac{b+1}{b-1} \end{cases}$

Se $b=1$, il sistema è IMPOSSIBILE;
se $b=1/3$, il sistema è INDETERMINATO,
e in questo caso le sue soluz. sono le infinite coppie: $\begin{cases} x \text{ qualsiasi} \\ y=6x \end{cases}$

9) *Se* $m\neq2$, $\begin{cases} x=m \\ y=-(m+1) \end{cases}$ *Se $m=2$, il sistema è INDETERMINATO, con le soluzioni* $\begin{cases} x=2y+8 \\ y \text{ qualsiasi} \end{cases}$

10) *Se* $k\neq-\dfrac{1}{3}$, $\begin{cases} x=1 \\ y=k-1 \end{cases}$ *Se $k=-\dfrac{1}{3}$, il sistema è INDETERMINATO, con le soluzioni* $\begin{cases} x \text{ qualsiasi} \\ y=\dfrac{2}{3}x-2 \end{cases}$

11) *Se* $a\neq\pm1\wedge a\neq0$, $\begin{cases} x=\dfrac{1}{a+1} \\ y=\dfrac{1}{a-1} \end{cases}$

Se $a=1\vee a=-1$, il sistema è IMPOSSIBILE
Se $a=0$, il sistema è INDETERMINATO,
con le soluzioni $\begin{cases} x \text{ qualsiasi} \\ y=x-2 \end{cases}$

12) $Se\ a \neq 1 \wedge a \neq 2 \wedge a \neq -1,\ \begin{cases} x = \dfrac{a^2+1}{a-1} \\ y = a-1 \end{cases}$

Il valore 1 *è "inammissibile" per* a.
Se $a = 2$, *il sistema risulta INDETERMINATO,*
con le soluzioni $\begin{cases} x\ qualsiasi,\ purché\ diverso\ da\ 2; \\ y = x-4 \end{cases}$
Se $a = -1$, *il sistema è IMPOSSIBILE,*
perché la soluzione che si trova non è accettabile.

13) $Se\ m \neq 0 \wedge m \neq -1,\ \begin{cases} x = m+1 \\ y = m \end{cases}$

Se $m = 0$, *il sistema è INDET., con le soluzioni* $\begin{cases} x = 1 \\ y\ qualsiasi \end{cases}$
Se $m = -1$, *il sistema è IMPOSSIBILE,*
perché la soluzione che si trova non è accettabile.

14) $Se\ a \neq 0 \wedge b \neq 0,\ \begin{cases} x = b \\ y = a \end{cases}$

Se $a = 0 \wedge b \neq 0$, *il sistema è INDETERMINATO:* $\begin{cases} x\ qualsiasi \\ y = 0 \end{cases}$
Se $a \neq 0 \wedge b = 0$, *il sistema è INDETERMINATO:* $\begin{cases} x = 0 \\ y\ qualsiasi \end{cases}$
Se $a = b = 0$, *il sistema è COMPLETAMENTE INDET.:* $\begin{cases} x\ qualsiasi \\ y\ qualsiasi \end{cases}$

15) $Se\ a \neq \dfrac{1}{4} \wedge a \neq 0,\ \begin{cases} x = 1 \\ y = a \end{cases}$

Se $a = 1/4$, *il sistema è INDETERMINATO,*
con le soluzioni $\begin{cases} x = 2-4y \\ y\ qualsiasi\ purché\ diverso\ da\ 0 \end{cases}$
Se $a = 0$, *il sistema è IMPOSSIBILE,*
perché la soluzione che si trova non è accettabile.

16) $\begin{cases} x = 2a \\ y = a \\ z = 1 \end{cases}$ 17) $\begin{cases} x = m \\ y = m+1 \\ z = -m \end{cases}$

18) $p \neq 0,\ q \neq 0.\ Se\ p \neq q,\ \begin{cases} x = 1/p \\ y = 1/q \end{cases}$ *Se* $p = q$, *il sistema è INDET., con le soluz.* $\begin{cases} x\ qualsiasi \\ y = \dfrac{2-px}{p} \end{cases} \left(o \begin{cases} x = \dfrac{2-py}{p} \\ y\ qualsiasi \end{cases} \right)$

19) $Se\ a \neq 2:\ \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ z = 1 \\ t = 1 \end{cases}$ *Con* $a = 2$, *il sistema è INDET., con le soluz.* $\begin{cases} x = 3-t \\ y = 4-2t \\ z = 2t-1 \\ t\ qualsiasi \end{cases}$

20) $Se\ a \neq 0,\ a \neq \pm 1:\ \begin{cases} x = 1/a \\ y = 1/a \\ z = a \end{cases}$

Con $a = 0$ *il sistema diventa:* $\begin{cases} z = 0 \\ z = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$ *ed è perciò INDET., con le soluzioni* $\begin{cases} x = y \\ y\ qualsiasi \\ z = 0 \end{cases}$

Con $a = 1$ *il sistema diventa:* $\begin{cases} x+y+z = 3 \\ x-y+z = 1 \\ x-y+z = 1 \end{cases}$ *che equivale a* $\begin{cases} x+y+z = 3 \\ x-y+z = 1 \end{cases}$

Sommando, si ha $\begin{cases} 2x+2z = 4;\ \ x+z = 2 \\ y = 3-(x+z) = 3-2 = 1 \end{cases}$ *e il sistema è INDET.:* $\begin{cases} x = qualsiasi \\ y = 1 \\ z = 2-x \end{cases}$

Con $a = -1$ *il sistema diventa:* $\begin{cases} x+y+z = -3 \\ -x+y+z = -1\ \ (x-y-z = 1) \\ x-y-z = 1 \end{cases}$ *che equivale a* $\begin{cases} x+y+z = -3 \\ x-y-z = 1 \end{cases}$

Sommando, si ha $\begin{cases} 2x = -2;\ \ x = -1 \\ -1-y-z = 1;\ y+z = -2 \end{cases}$ *e il sistema è INDET.:* $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2-z \\ z = qualsiasi \end{cases}$