FUNZIONI LINEARI E PROBLEMI REALI

CONFRONTARE COSTI E OPPORTUNITA'

A) Il **Circolo Anziani** del paese sta organizzando per i suoi iscritti una **gita al mare**. Il viaggio potrà essere effettuato in **autobus** oppure in **treno**: del tutto improponibile l'idea di una carovana di auto. Se si sceglie l'autobus, occorrerà pagare alla compagnia di trasporti un costo fisso di 240 € più 4 € per ogni viaggiatore (ovviamente, il totale della spesa verrà poi suddiviso a carico dei partecipanti); nel caso del treno, invece, ogni persona spenderebbe 10 euro.
Quale sarà la scelta economicamente più vantaggiosa?

… Si capisce che la risposta dipende dal numero di persone che andranno in gita!

Ragioniamo, allora. La soluzione "autobus" ha un costo totale *c*, in euro, dato dalla formula

$$c = 240 + 4x$$

dove x è il numero dei partecipanti. Per quanto riguarda la soluzione "treno" la formula è invece

$$c = 10x$$

Facciamo un grafico che illustri la situazione:
x, numero dei partecipanti, è la nostra variabile indipendente;
c, costo totale in euro, fa da variabile dipendente (insomma, c è la nostra "y").

Cerchiamo di capire, ancora prima di tracciarli, che "forma" avranno i grafici delle due funzioni

I) $c = 240 + 4x$
II) $c = 10x$

Si tratta di funzioni *di* 1° *grado* (sappiamo che esse vengon dette "*lineari*"), nel senso che a 2° membro x compare a 1° grado (= con esponente 1 sottinteso, non quindi al quadrato, o sotto radice, o a denominatore …) perciò il grafico in entrambi i casi sarà una *retta*.

Che caratteristiche avrà, nei due casi, questa retta?

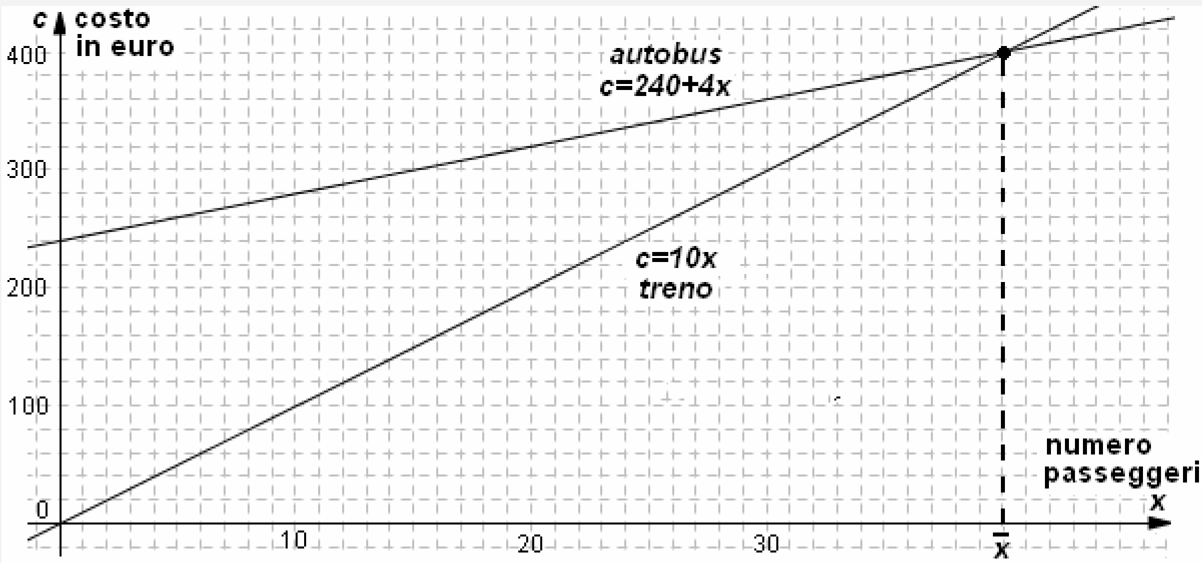
Beh, per quanto riguarda la funzione I), ossia $c = 240 + 4x$, che possiamo pure riscrivere come

$$c = 4x + 240\,,$$

il moltiplicatore di x (che viene chiamato, come sappiamo, "coefficiente angolare") è 4,
e il termine noto (= "ordinata all'origine", ossia ordinata che si ha quando l'ascissa vale 0) è 240.
Avremo quindi una retta in salita (salita perché il coeff. ang. è >0) che passerà per il punto $(0, 240)$.

Nel caso della funzione II), ossia $c = 10x$, il coeff. angolare è più grande perché vale 10 e non più 4: bene, vuol dire che questa retta presenta una salita più ripida della precedente.
In compenso questa retta "si trova inizialmente più in basso",
perché l'ordinata all'origine è 0 da cui il passaggio per (0, 0) ossia per l'origine.

Ultima osservazione, prima di tracciare il grafico:
ci aspettiamo ordinate molto alte per cui non è per niente logico utilizzare un sistema di riferimento cartesiano "monometrico", cioè con una stessa unità di misura tanto in orizzontale che in verticale.
1 quadretto per indicare 20 € in verticale (e 1 quadretto per indicare 1 passeggero in orizzontale) sembra una scelta saggia. E allora, via col grafico!



Dall'osservazione del grafico emerge ciò che d'altronde si poteva già intuire …
La scelta del treno è economicamente conveniente se le persone sono poche;
oltre un certo numero $\overline{x}$ (leggi: "x segnato") di persone, la retta $c = 240 + 4x$ passa al di sotto della retta $c = 10x$, quindi oltre un certo numero di persone il costo totale, dato dal valore di c che corrisponde al numero x di persone considerato, sarà più basso, sarà minore, per il viaggio in autobus.

Quanto vale $\overline{x}$? Potremmo metterci a contare il numero di quadretti che separano, in orizzontale, l'origine dal punto in cui le due rette si tagliano … e d'altra parte …

♥ **… il punto di intersezione delle due rette ha un'ascissa che si può determinare domandandosi per quale valore di x l'ordinata y su entrambe le rette è la medesima**, cioè impostando l'equazione

$$240 + 4x = 10x; \quad -6x = -240; \quad x = 40$$

Il problema è risolto: per 40 partecipanti, si spende la stessa cifra sia viaggiando in autobus che in treno, per meno di 40 conviene il treno, per più di 40 l'autobus.

ESERCIZI (risposte a pag. 466)

1) L'idraulico Giuseppe Tubi, per le riparazioni, si fa pagare 20 euro per la chiamata, più 30 euro per ogni ora di lavoro. Il suo concorrente Luigi Valvola, invece, richiede 30 euro per la chiamata, ma 26 euro all'ora soltanto per il lavoro.
Attraverso un grafico che porti in ascissa le ore di lavoro, e in ordinata la spesa, confronta le due tariffazioni e stabilisci
   a) quali sono le equazioni delle due rette presenti nel grafico
   b) per quante ore si spende la medesima cifra sia con Tubi che con Valvola
   c) quant'è la spesa in questo caso
   d) per quante ore di intervento si risparmia chiamando Valvola.

2) I tassisti di uno scalo aeroportuale hanno cambiato regolamento.
Se prima una corsa aveva un costo fisso di 5 euro, più 80 centesimi al kilometro, ora il costo fisso è stato ridotto a 3 €, ma in compenso ogni km percorso costa 20 centesimi più di prima.
Fino a quanti km la nuova tariffazione è più conveniente? Traccia un grafico comparativo, che porti in ascissa i km di una corsa e in ordinata il rispettivo costo "prima" e "dopo" la modifica regolamentare.

3) Un'azienda necessita di un prestito (per 1 anno) e deve valutare le seguenti due proposte.
   - Banca A: costi assicurativi 1200 euro; interessi da pagare, il 4,5% sulla somma prestata
   - Banca B: 800 euro di costi assicurativi, interesse del 5% sulla somma prestata.

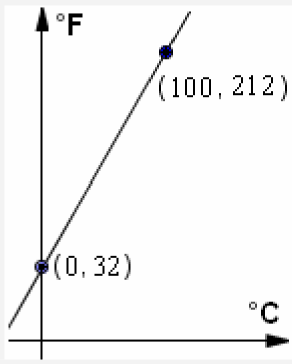
Ora, se sia più conveniente il piano A o il piano B, dipende dalla quantità di denaro richiesta …
Sapresti fare un'analisi comparativa con l'aiuto di un grafico?

COSTRUIRE E INVERTIRE FORMULE

B) Per misurare le **temperature**, in alternativa alla scala **Celsius**, è tuttora utilizzata (specie negli USA) un'altra scala detta **Fahrenheit**. La tabella qui a fianco illustra la connessione fra le due scale. →
Si domanda: qual è la **FORMULA** che fa passare da C a F?

	°C	°F
Congelamento dell'acqua	0	32
Ebollizione dell'acqua	100	212

Si può cercare di determinarla con metodi vari, fra i quali il seguente.
Se noi immaginiamo di rappresentare la relazione fra il valore in gradi Celsius e quello in gradi Fahrenheit di una stessa temperatura, potremmo disporre in ascissa i valori C e in ordinata quelli di F (figura).



Ora, il grafico che otterremmo sarebbe senz'altro rettilineo, perché **a incrementi uguali della temperatura misurata nella scala C devono evidentemente corrispondere incrementi uguali del valore in gradi F, e questo è compatibile soltanto con una forma rettilinea del grafico.**

Insomma, la relazione fra C e F dev'essere "lineare", ossia del tipo
$$\mathrm{F} = m\mathrm{C} + q.$$
Ma quanto valgono m e q?
Ponendo le condizioni di appartenenza dei punti $(0, 32)$ e $(100, 212)$

otteniamo $\begin{cases} 32 = m \cdot 0 + q \\ 212 = m \cdot 100 + q \end{cases}$ da cui $m = \dfrac{180}{100} = \dfrac{9}{5}$, $q = 32$. La formula cercata è dunque $\boxed{\mathrm{F} = \dfrac{9}{5}\mathrm{C} + 32}$.

… E se volessimo passare invece da F a C?

Basterà invertire la formula, ad esempio procedendo così: $\mathrm{F} = \dfrac{9}{5}\mathrm{C} + 32 \rightarrow \dfrac{9}{5}\mathrm{C} = \mathrm{F} - 32 \rightarrow \boxed{\mathrm{C} = \dfrac{5}{9}(\mathrm{F} - 32)}$

ESERCIZI (risposte a pag. 466)

4) Affittare un'auto per 1 giorno ha un costo dato da un importo fisso + una cifra per ogni km percorso. Se lunedì ho pagato 39 euro facendo 36 km e martedì 41,5 euro per 46 km, quant'è la tariffa fissa? E qual è la legge lineare che lega i km fatti al costo del noleggio?

5) Calogero, emigrato in un paese del Nord Europa, si è abituato a viaggiare preferibilmente in treno, data anche la puntualità e la pulizia dei trasporti ferroviari locali, nonché l'educazione degli utenti, cortesi e non chiassosi. In quanto alle tariffe, il nostro connazionale osserva che, a quanto pare, dovrebbero essere determinate partendo da una quota fissa a cui viene addizionata una parte proporzionale al numero di km del tragitto. La tabella a fianco mostra qualche esempio di tariffazione. In effetti, la congettura di Calogero è corretta. Quanto vale la tariffa fissa? Qual è la formula che dà il costo *c* del biglietto a partire dal numero *n* di km?

km	costo in euro
35	5,8
50	7
90	10,2
115	12,2
402	35,16

Da "Algebra and Trigonometry", di Keedy-Bittinger-Smith-Orfan:

6) The cost of a taxi ride for 2 miles in Eastridge is \$ 1.75. For 3 miles the cost is \$ 2.00.
   a) Fit a linear function to the data points
   b) Use the function to find the cost of a 7-mile ride.

7) The value of a copying machine is \$ 5200 when it is purchased. After 2 years its value is \$ 4225. Find its value after 8 years (assuming a linear function fits the situation).

8) Si può formulare, a partire dalla lunghezza di un osso, una stima precisa dell'altezza di un individuo. Ad es. si osserva che, per un maschio europeo, vale con ottima approssimazione la relazione *lineare*:

Lunghezza L in cm della tibia	36	37	38	39	40	41	42
Altezza H in cm dell'individuo	169,05	171,47	173,89	176,31	178,73	181,15	183,57

   a) Si chiede di determinare la formula $\mathrm{H} = f(\mathrm{L})$.
   b) Sapendo che per una *femmina africana* la relazione è $\mathrm{H} = 2{,}45 \cdot \mathrm{L} + 72{,}56$ stabilire qual è la lunghezza della tibia di una donna africana alta 170 cm.

9) Una vasca contiene 1000 litri d'acqua. Ma viene praticato in essa un foro dal quale fuoriescono 0,4 litri ogni secondo. Scrivi la formula che esprime il numero di litri presenti nella vasca dopo *t* secondi dall'apertura del foro. Inverti la formula, risolvendola rispetto a *t*. Quanti litri conterrà la vasca dopo un quarto d'ora? Quanti secondi devono passare affinché il contenuto della vasca dimezzi?

10) A quanti gradi Fahrenheit corrispondono 30 gradi Celsius? A quanti gradi C corrispondono 30 gradi F? Qual è quella temperatura che è espressa dallo stesso numero, sia che la si misuri in gradi Celsius che in gradi Fahrenheit?

11) In gergo bancario, si chiama "montante" la somma del capitale iniziale più l'interesse fino a quel momento maturato. Se indichiamo con:
   M il montante, C il capitale iniziale, i la percentuale di interesse, t il tempo in frazioni di anno, la formula che lega queste quantità è
   $$M = C(1 + i \cdot t)$$
   Ad esempio, un capitale di 20000 euro ($C = 20000$), all'interesse del 5% ($i = 0{,}05$), depositato per 45 giorni ($t = 45/365$), produce un montante di euro 20123,29 ($M = 20123{,}29$).
   a) Risolvi la formula $M = C(1 + i \cdot t)$ rispetto a: C; t.
   b) Se il montante è di euro 11827,5 dopo 9 mesi di investimento e l'interesse è del 5%, qual era il capitale iniziale? (Supponiamo qui 1 mese = 1/12 di anno)
   c) Se in 3 mesi un capitale di 15000 € frutta un interesse di 67,5 euro, quant'è il tasso di interesse?

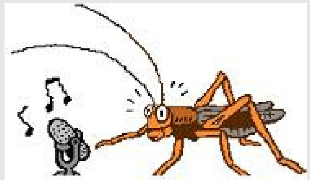
Da www.analyzemath.com:

12) The cost of producing *x* tools by a company is given by $\mathrm{C}(x) = 1200x + 5500$ (in \$)
   a) What is the cost of 100 tools?
   b) What is the cost of 101 tools?
   c) Find the difference between the cost of 101 and 100 tools.
   d) Find the slope of the graph of C (*slope = pendenza, coefficiente angolare*)
   e) Interpret the slope.

RICONOSCERE SE UN FENOMENO E' LINEARE

C) (spunto preso da "Algebra and Trigonometry", di Keedy-Bittinger-Smith-Orfan)

Si sa che i **grilli** friniscono più rapidamente quando la **temperatura** è più alta ("Crickets are known to chirp faster when the temperature is higher").



Ecco alcuni conteggi effettuati a temperature differenti:

Temperatura in °C	6	8	10	15	20
N° di "chirps" al minuto	11	29	47	75	107

Si domanda:

a) La relazione temperatura-numero di "**chirp**" al minuto è "lineare"?

b) In quanti °C possiamo stimare la temperatura se osserviamo che i grilli friniscono 120 volte al minuto?

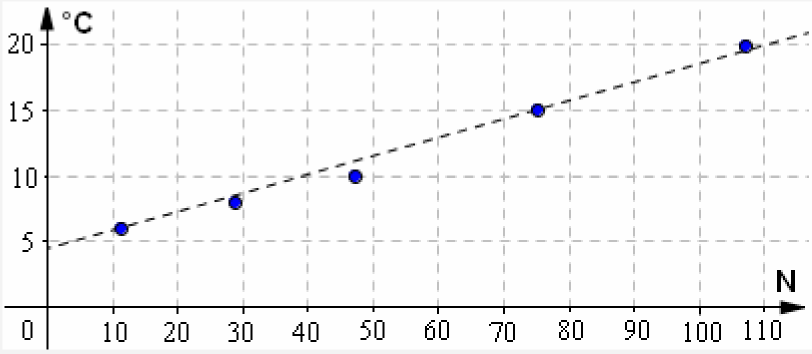
Se facciamo un grafico, vediamo che in effetti i punti sono, pressappoco, allineati.

La retta che passa per il 1° e il 4° dei 5 punti sembra approssimare abbastanza bene la relazione di N con °C.

Tale retta, che passa per (11, 6) e (75, 15), ha equazione (verificalo!)

$$y = \frac{9}{64}x + \frac{285}{64} \quad \left(°C = \frac{9}{64}N + \frac{285}{64} \right)$$

che per $N = 120$ ci dà circa 21,3 °C.



NOTA. - E' chiaro che la parte b) ha un senso perché il valore $N = 120$ è vicino a quegli altri; una richiesta simile per $N = 300$, ad esempio, avrebbe avuto ben poco significato, coi dati a disposizione.

ESERCIZI (risposte a pag. 466)

[*Per tracciare i grafici, potrebbe essere comodo servirsi di un foglio elettronico* …]

13) Una barra di ferro che a 20 °C misurava metri 1,5 si è allungata, col riscaldamento, come illustrato dalla tabella seguente.

Temperatura T in °C	20	21	22	23	24	25
Lunghezza L della barra in m	1,5	1,500018	1,500036	1,500054	1,500072	1,500090

a) La dipendenza della lunghezza dalla temperatura è lineare?
Evidentemente, non è indispensabile fare un grafico, per rispondere …
… Cosa basta calcolare?

b) Trova la lunghezza che la barra avrebbe a 28 °C e a 18 °C
(supposto che la legge che lega T a L non muti).

14) Record mondiali di salto in alto dal 1960 al 1993.
Domanda: la relazione anno-record può considerarsi lineare?

1960	1963	1970	1976	1980	1985	1989	1993
222 cm	228	229	232	236	241	244	245

15) La velocità del suono nell'aria dipende dalla temperatura di questa.
La seguente tabella riassume i risultati di alcune misurazioni:

Temperatura T in °C	−10	−5	0	+5	+10	+15	+20	+25	+30
Velocità V del suono in m/s	325,4	328,5	331,5	334,5	337,5	340,5	343,4	346,3	349,2

Domanda:
in base a questi dati, la dipendenza della velocità dalla temperatura si può considerare lineare?

16) Misurando lunghezza e larghezza alcune di foglie staccate da una medesima pianta, si sono raccolti i dati seguenti:

Lunghezza (cm)	0,9	1,2	1,6	2,1	2,5	2,9	3,6
Larghezza (cm)	0,2	0,4	0,7	1,1	1,5	2,1	3,2

La relazione fra lunghezza e larghezza è lineare?

MOTI UNIFORMI

D) Un **ascensore** è in fase di **discesa**, a **velocità costante**, in un alto grattacielo.
Se all'istante 0 si trova all'altezza di 75 m dal piano terra e all'istante 8 secondi all'altezza 63 m, determina la legge del moto ossia la formula che mette in relazione l'altezza h col tempo t.

Allora … quando la velocità è costante, in tempi uguali vengono percorsi spazi uguali …
e se raddoppia il tempo di percorrenza, raddoppia anche lo spazio percorso …
Insomma, la differenza dei tempi segnati dal cronometro
è proporzionale alla differenza degli spazi percorsi in questi tempi: $s_2 - s_1 = k(t_2 - t_1)$.

La costante di proporzionalità k fra tempi e spazi è dunque tale che $k = \dfrac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$

e non è altro che la velocità v del moto (spazio percorso/tempo impiegato a percorrerlo).

Indichiamo con s_0 la posizione iniziale, quella che si ha all'istante t_0 in cui pensiamo di far scattare il cronometro, e con s la posizione al generico istante t:
allora la relazione $s_2 - s_1 = v(t_2 - t_1)$ diventa $s - s_0 = v(t - t_0)$ quindi $s = s_0 + v(t - t_0)$.

Perciò un moto uniforme (= a velocità costante) è sempre esprimibile tramite una legge della forma $s = s_0 + v(t - t_0)$, con s_0 posizione all'istante iniziale t_0, s la posizione al generico istante t.
Si tratta di una relazione lineare (= di 1° grado), il cui grafico in un sistema di riferimento (t, s) è una retta.

Se poi supponiamo $t_0 = 0$ (= facciamo scattare il cronometro all'istante in cui il movimento ha inizio, o almeno ha inizio la sua osservazione), la relazione diventa $s = s_0 + vt$, che è poi la forma più utilizzata.
Osserviamo che nella retta $s = s_0 + vt$, la velocità v fa da coefficiente angolare.

Un moto uniforme (= a velocità costante) ha equazione della forma $s = s_0 + vt$
dove v (coefficiente angolare) è la velocità costante, s_0 è la posizione all'istante $t = 0$.
I moti a velocità costante hanno quindi un'equazione "lineare" $y = ax + b$,
il cui grafico è una retta che ha come coefficiente angolare la velocità del moto.

E ritorniamo ora al nostro bravo ascensore.
La legge del moto richiesta sarà della forma $s = s_0 + vt$, dove restano da determinare i valori di v e di s_0.
s_0 è subito determinato perché sappiamo che è la posizione dell'oggetto che si muove, all'istante $t = 0$, e nel nostro caso il testo del problema ci dice che è $s_0 = 75$.

v può essere determinata facendo il calcolo $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{63 - 75}{8 - 0} = \dfrac{-12}{8} = -1{,}5$ da cui: $s = 75 - 1{,}5t$

Anche: $s = s_0 + vt$ con $s_0 = 75$, quindi $s = 75 + vt$; ma con $t = 8$ è $s = 63$, quindi $63 = 75 + 8v \rightarrow v = -1{,}5$

ESERCIZI (risposte a pag. 466-467)

17) Si va al mare con tutta la famiglia, a velocità costante, senza soste.
Dopo 45' siamo al km 75 della lunga strada statale, dopo 80' siamo al km 124.
E all'inizio del viaggio, in quale posizione ci trovavamo sulla statale?

18) Una formica si muove lungo una *number line* a velocità costante.
Se dopo 7 secondi si trova in corrispondenza del punto di ascissa 0,6 e dopo 11 sec. sull'ascissa 7,8 determina la legge del moto (= la relazione che lega l'ascissa x al tempo t), e la velocità dello stesso.
Dove si trovava la formichina all'istante 0? A che istante avviene l'attraversamento dell'origine?

19) Un podista si allena lungo una strada rettilinea; dopo 3' dalla partenza ha percorso 780 m.
La tabella ne mostra la distanza, dal punto di partenza, al variare del tempo.
a) Il moto può considerarsi uniforme?
b) Se ti domando a che distanza si presume si possa trovare l'atleta, dal punto di partenza, quando il cronometro segnerà 18 minuti, sapresti indicare due modi diversi per trovare la risposta corretta?
c) A quale quantità corrisponde il coeff. angolare della retta che, approssimativamente, costituisce il diagramma tempo - spazio in un riferimento cartesiano?

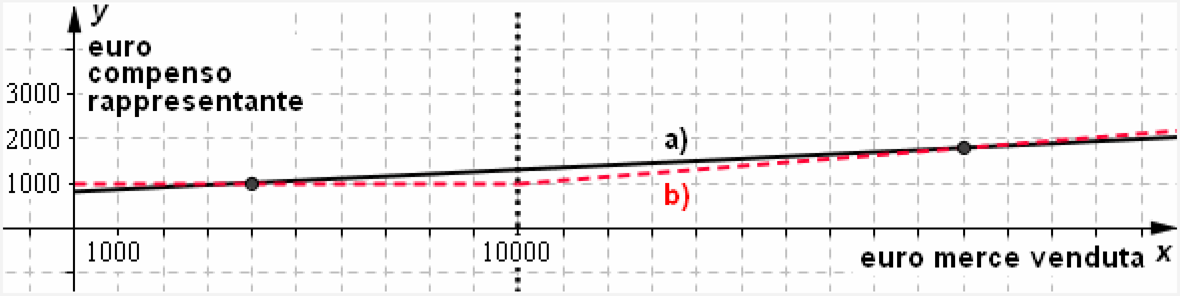
min	metri
3	780
4	1050
5	1300
6	1560
7	1820
8	2080
9	2350
10	2610

20) Aldo e Bruno giocano alle Olimpiadi, e la prossima gara sarà sui 100 metri piani.
Ora Aldo, essendo velocissimo, nella sfida con Bruno gli concede un doppio vantaggio:
Bruno partirà 5 metri avanti, e 1 secondo prima.
Sapendo che Aldo è in grado di sviluppare una velocità media di 8 metri al secondo, e Bruno di 7 m/s, traccia un diagramma che dia le posizioni dei due istante per istante, scrivi le equazioni tempo-spazio dei due moti, e stabilisci chi, in base ai dati forniti, dovrebbe vincere la gara.

FUNZIONI LINEARI DEFINITE "A TRATTI" O "PER INTERVALLI"

E) Una ditta offre a un **rappresentante** di commercio **due possibilità di remunerazione mensile**:
   a) un fisso di 800 euro, più il 5% sui ricavi delle vendite;
   b) un fisso di 1000 euro, più l'8% sulle sole vendite a partire da 10000 euro in su.

Traccia un **diagramma** a partire dal quale egli possa scegliere **quale proposta gli conviene di più**, in base all'ammontare delle vendite che egli ipotizza di poter mediamente realizzare.



Sia in ascissa che in ordinata, 1 quadretto rappresenta 1000 euro.
In ascissa, si tratta di "euro x di merce venduta", in ordinata, di "euro y guadagnati dal rappresentante".

La linea continua rappresenta la proposta a): $y = 800 + \frac{5}{100}x$;

la tratteggiata rappresenta la b): $y = 1000 \;\; per \;\; 0 \le x \le 10000, \;\; y = 1000 + \frac{8}{100}(x - 10000) \;\; per \;\; x \ge 10000$

Si può osservare che la proposta a) è economicamente più vantaggiosa, per il rappresentante, se egli ritiene di poter "piazzare" di norma, ogni mese, da 4000 a 20000 euro di merce.
Se invece il nostro rappresentante pensa di essere in grado, quasi sempre, di vendere in un mese più di 20000 € di merce, diventa per lui più conveniente la proposta b).

ESERCIZI (risposte a pag. 467)

21) (*di "riscaldamento"*)

Traccia il grafico della funzione": $y = f(x) = \begin{cases} x+1 & se \;\; 0 \le x < 2 \\ 3 & se \;\; 2 < x \le 4 \\ x-1 & se \;\; 4 \le x < 5 \\ 24-4x & se \;\; 5 \le x \le 6 \end{cases}$ e risolvi l'equazione $f(x) = 2$

22) Una stamperia realizza dei biglietti da visita su cartoncino, ad un prezzo che dipende dal numero x di biglietti che si desiderano richiedere, secondo la formula seguente, dove p è espresso in euro:

$$p = \begin{cases} 10 + 0{,}05x \;\; con \; x \le 200 \\ 20 + 0{,}04(x-200) \;\; con \; 200 < x < 500 \\ 32 + 0{,}03(x-500) \;\; con \; x \ge 500 \end{cases}$$

a) Traccia il grafico di questa funzione
b) Determina quanti biglietti si possono stampare spendendo 50 euro

23) Una casa per le vacanze può essere affittata a 40 euro al giorno, oppure, in alternativa, a 50 euro per ciascuno dei primi 10 giorni e 35 euro per ciascuno dei giorni successivi al decimo.

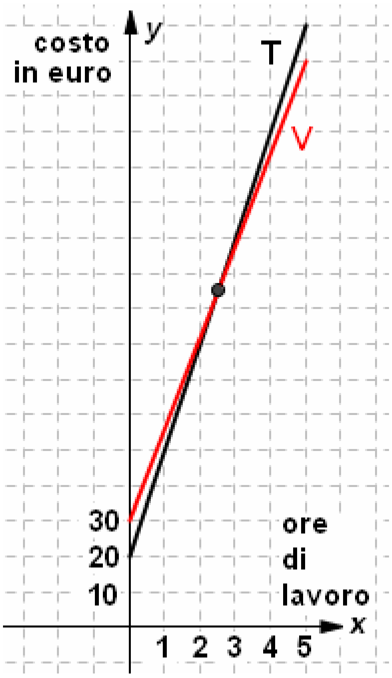
Le espressioni algebriche delle due offerte sono: (1) $p = 40x$; (2) $p = \begin{cases} 50x \;\; con \; x \le 10 \\ ... + 35 \cdot (...) \;\; con \; x > 10 \end{cases}$

a) Riempi i puntini
b) rappresenta graficamente le due offerte
c) stabilisci oltre quanti giorni conviene optare per la seconda.

24) In una nazione, la tassa sugli impianti balneari nelle spiagge ha subito una modifica. Fino all'anno scorso, la legge prevedeva che si pagasse il 30% su guadagni fino a 15000 euro, e il 40% sulla parte di guadagno eccedente; la nuova normativa stabilisce invece di pagare il 35% indipendentemente dal guadagno. Come al solito, queste riforme favoriscono sempre i gestori più fortunati!!! Perché? Rappresenta graficamente e confronta analiticamente il vecchio regime ed il nuovo; scrivi anche l'espressione algebrica della tassa y in funzione del guadagno x, col vecchio regolamento e con l'attuale.

RISPOSTE

1)



In orizzontale: 1 quadretto = 1 ora
In verticale: 1 quadretto = 10 euro

a) Le equazioni delle due rette sono:

T $y=20+30x$
V $y=30+26x$

(x numero delle ore dell'intervento, y costo in euro)

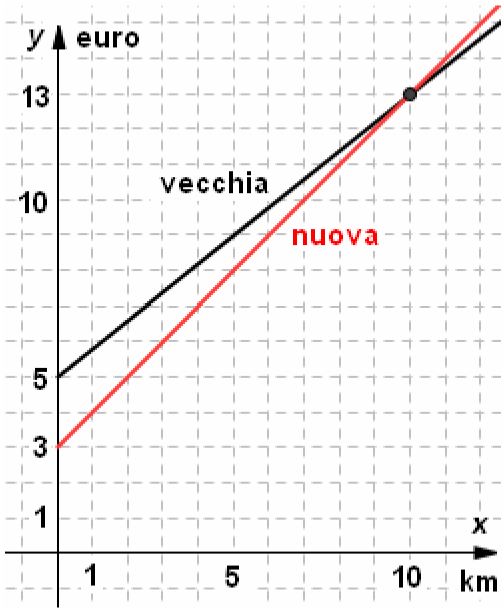
b) L'equazione $20+30x=30+26x$ ha come soluzione $x=2,5$.
Quindi si spende la stessa cifra se la riparazione richiede 2 ore e ½.

c) In questo caso, la spesa è di

$$[20+30x]_{x=2,5}=[30+26x]_{x=2,5}=95 \text{ euro}$$

d) Con Valvola si risparmia se la durata dell'intervento è superiore alle 2 h e ½; in questo caso, infatti, la retta che rappresenta il costo dell'intervento di Valvola passa al di sotto dell'altra, quella che descrive il costo relativo a Tubi, quindi l'ordinata y (cifra da pagare) diventa minore per Valvola rispetto a Tubi.

2)



Le due rette hanno equazioni:
$y=5+0,80x$, $y=3+x$
L'equazione $5+0,80x=3+x$ ha per soluzione $x=10$.
La nuova tariffazione è più conveniente al di sotto dei 10 km.

3) Le equazioni delle due rette sono

$$y=1200+\frac{4,5}{100}x \quad \text{e} \quad y=800+\frac{5}{100}x.$$

Il piano A è più conveniente se la somma finanziata è superiore a 80000 euro.

4) Legge "lineare" vuol dire legge della forma
$y=mx+q$ o $y=ax+b$
dove in questo caso i coefficienti (supponiamo di indicarli con a, b) sono da determinare.

Sappiamo che con $x=36$ (36 km) si ha $y=39$ (39 €) e con $x=46$ si ha $y=41,5$ e perciò varranno simultaneamente le due uguaglianze $\begin{cases} a\cdot 36+b=39 \\ a\cdot 46+b=41,5 \end{cases}$

Risolvendo il sistema si trova $a=0,25$ e $b=30$.
La tariffa fissa è perciò di 30 euro.
La legge lineare è $y=0,25x+30$ ossia
costo noleggio = 30 *euro* + 0,25 *euro* · *n° km*

5) Tariffa fissa = 3 euro. Formula: $c=0,08n+3$
6) a) $c=0.25m+1.25$ b) \$ 3.00 7) \$ 1300
8) a) $\mathrm{H}=2,42\cdot\mathrm{L}+81,93$ b) *circa* 39,8 cm
9) $n=1000-0,4t$. $t=(1000-n)/0,4$. 640. 1250.
10) 86 °F. −1,111... °C. −40°C ↔ −40°F
11) $C=M/(1+it)$. $t=(M-C)/(Ci)$. 11400 €. L'1,8%.

12) a) 125500 \$ b) 126700 \$ c) 1200 \$ d) 1200 e) Il coeff. angolare, o "pendenza", o "slope", è uguale a $\Delta y/\Delta x$ ed equivale anche all'incremento della y che si ha quando la x aumenta di 1 unità
13a) Sì, per lo meno nell'ambito dei valori di temperatura considerati. Essendo gli incrementi di T tutti uguali, basterà controllare che siano uguali anche tutti gli incrementi di L. E in effetti, è sempre $\Delta L=0,000018$.
13b) L = 1,500144; L = 1,499964
14) No
15) Sì, si può considerare con buona approssimazione lineare, almeno nel campo dei valori di T considerati.
16) Non si direbbe lineare. Sembra piuttosto che, crescendo, la foglia tenda ad essere meno "slanciata".
17) Al km 12 18) $x=1,8t-12$. $v=1,8$. Con $t=0$ è $x=-12$. Si ha $x=0$ per $t=6+2/3$.
19a) Se andiamo a tracciare, a matita o con un foglio elettronico, il diagramma tempo-spazio corrispondente, vediamo che i punti si trovano pressappoco sulla stessa retta (pressappoco, perché c'è qualche irregolarità). Il moto si può considerare approssimativamente uniforme (cioè, a velocità costante), perché in tempi uguali gli spazi percorsi sono approssimativamente uguali.

19b) A questa domanda si può rispondere perlomeno in due modi.
La tabella sottostante mostra i metri percorsi dal minuto 3 al minuto 4, dal 4 al 5, ecc.

dal 3 al 4	dal 4 al 5	dal 5 al 6	dal 6 al 7	dal 7 all'8	dall'8 al 9	dal 9 al 10
270	250	260	260	260	270	260

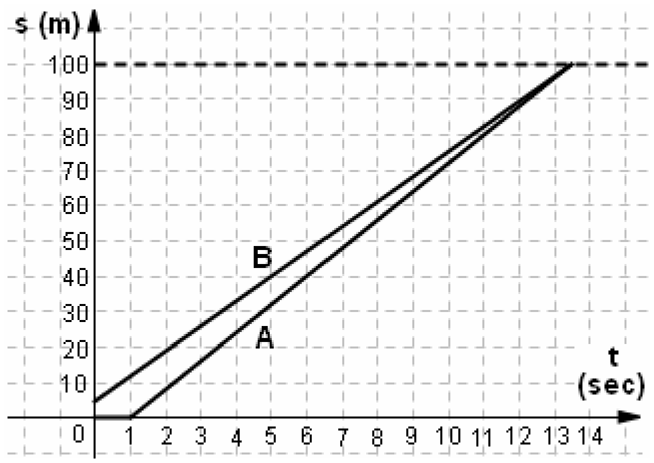
Vediamo che ogni minuto vengono percorsi circa 260 metri,
quindi ci possiamo aspettare che dal minuto 10 al minuto 18 vengano percorsi $\approx 260 \cdot 8 = 2080$ m.
Allo scoccare del minuto 18 sul cronometro, la distanza totale percorsa dovrebbe aggirarsi intorno a metri $2610 + 2080 = 4690$.
Per rispondere potremmo anche tracciare il diagramma del moto,
ad es. con un foglio elettronico, poi immaginare di prolungare la nostra "pseudo-retta" fino all'ascissa 18.
In questo modo avremmo una valutazione approssimativa dell'ordinata corrispondente.

Oppure … potremmo fare di meglio.

La nostra "quasi-retta" passa per l'origine, quindi ha equazione della orma $y = mx$.
Una buona valutazione della sua inclinazione m si avrà facendo il rapporto fra l'ordinata
e l'ascissa del punto noto più lontano dall'origine, ossia quello di coordinate (10, 2610).
E' perciò $m = 2610/10 = 261$, e se dobbiamo scegliere un'equazione per la nostra "quasi-retta",
è logico che tale scelta cada sull'equazione $s = 261t$. E con $t = 18$ si ottiene $s = 261 \cdot 18 = 4698$

19c) Ricordando anche la nota relazione $m = \Delta y / \Delta x = \Delta s / \Delta t$, possiamo dire che il coefficiente angolare in questione rappresenta la velocità, approssimativamente costante, del moto.

20)



Il tempo, in orizzontale, parte
dall'istante $t = 0$ in cui scatta Bruno;
Aldo comincerà la sua corsa all'istante $t = 1$.
Da grafico non si capisce bene chi,
coi dati del problema, è destinato a vincere:
dobbiamo ricorrere al calcolo.
Moto di Aldo: $s = 8(t-1)$, a partire dall'istante 1.
Moto di Bruno: $s = 7t + 5$
Poniamo $s = 100$ e avremo:
per Aldo, $t = 108/8 = 13{,}5$;
per Bruno, $t = 95/7 = 13{,}57...$
Coi dati forniti dal problema, vince Aldo.
E' chiaro che il problemino è "addomesticato":
sembra quasi che i due possano portarsi
alla velocità massima *istantaneamente* … ☺

21)

$f(x) = 2$
Si vede dal grafico
che l'ordinata 2
viene assunta
nel 1° intervallo e nel 4°
$x + 1 = 2 \rightarrow x = 1$
$24 - 4x = 2 \rightarrow x = 11/2$

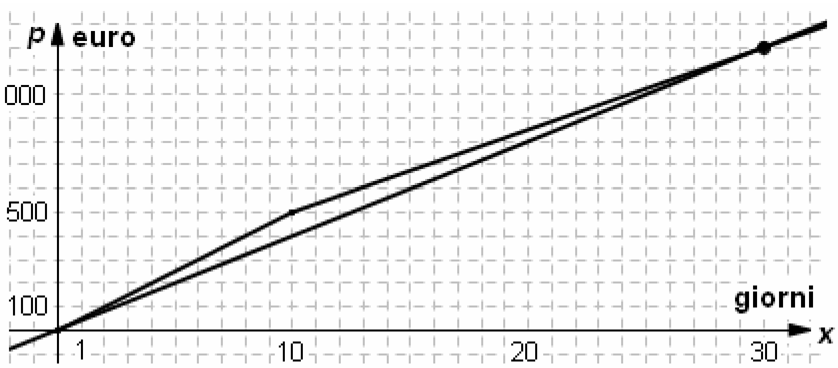
22)
I tre segmentini "si tengono per mano":
il 2° estremo del 1° è il 1° estremo del 2°,
e il 2° estremo del 2° è il 1° estremo del 3°.
Si capisce che occorre far riferimento
all'espressione valida per $x \geq 500$: quindi
$50 = 32 + 0{,}03(x - 500)$ da cui $x = 1100$.

23) Prima offerta:
$p = 40x$

Seconda offerta:

$$p = \begin{cases} 50x \; con \; x \leq 10 \\ 50 \cdot 10 + 35 \cdot (x - 10) \; con \; x > 10 \end{cases}$$

La seconda offerta
è conveniente
oltre i 30 giorni di affitto.



24) Vecchia normativa: $y = \begin{cases} 0{,}30x \; con \; x \leq 15000 \\ 0{,}30 \cdot 15000 + 0{,}40(x - 15000) \; con \; x > 15000 \end{cases}$

Nuova normativa: $y = 0{,}35x$.

Oltre i 30000 euro, è favorevole la nuova normativa, che quindi fa risparmiare chi guadagna di più,
come è "classico" in questo mondo dove i privilegiati, nel distribuire ingiustizia, la spacciano per "legalità".