

9. RIFERIMENTI CARTESIANI NELLO SPAZIO TRIDIMENSIONALE

Abbiamo menzionato per un attimo, parlando di “prodotto misto”, i riferimenti cartesiani in 3 dimensioni.

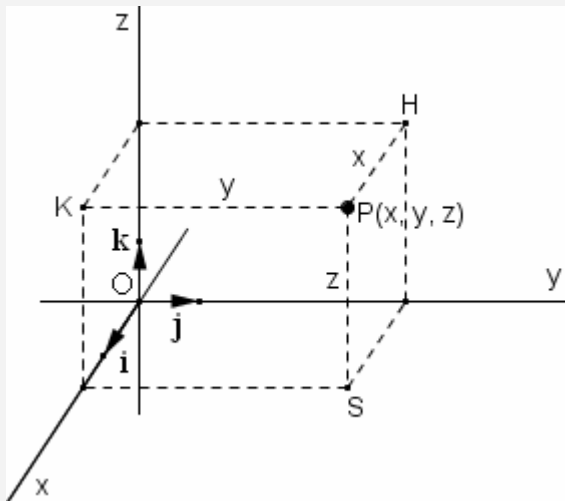
Nello spazio tridimensionale è possibile fissare un riferimento cartesiano scegliendo un punto O che faccia da “origine” comune per tre “number lines”, le quali in genere vengono prese ortogonali (= perpendicolari) a due a due, e tali che i rispettivi versori \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} formino una terna per cui $\mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k}$

(terna “levogira”: un osservatore posto con i piedi in O e con la testa rivolta nel verso di \mathbf{k} vede che il vettore \mathbf{i} , per sovrapporsi al vettore \mathbf{j} tramite una rotazione $<180^\circ$, deve ruotare in verso *antiorario*).

Gli assi aventi le direzioni di \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} vengono detti rispettivamente “asse delle ascisse”, “asse delle ordinate” e “asse delle quote”,

e associati (di norma) ai simboli x , y , z .

Ogni punto dello spazio tridimensionale sarà individuato da una terna di coordinate (x, y, z) dette, rispettivamente, la sua “ascissa”, la sua “ordinata” e la sua “quota”.

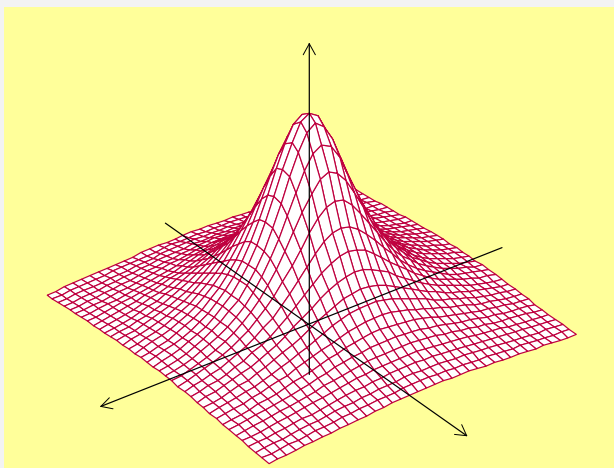


Per un punto $P(x, y, z)$:

- l'ascissa x è la distanza (con segno) dal piano yz ,
- l'ordinata y è la distanza (con segno) dal piano xz
- e la quota z è la distanza (con segno) dal piano xy .

In un sistema $Oxyz$ siffatto:

- la formula per la distanza fra due punti P_1 e P_2 è $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$
- un'equazione di 1° grado nelle tre variabili x, y, z ($ax + by + cz + d = 0$) individua un *piano* (ad esempio, i tre piani coordinati xy, xz, yz hanno rispettivamente equazioni: $z = 0, y = 0, x = 0$)
- un'equazione della forma $z = f(x, y)$, che esprime una funzione in due variabili (= 2 variabili indipendenti x, y e, ovviamente, z come variabile dipendente) individua una *superficie*.



Ecco, ad esempio, nell'immagine qui a fianco, un abbozzo del grafico della funzione di 2 variabili

$$z = f(x, y) = \frac{4}{x^2 + y^2 + 1}$$

La figura è stata tracciata utilizzando il *freeware* **Winplot** di **Richard Parris**

rparris@exeter.edu

<http://math.exeter.edu/rparris>