



## PROBLEMI VARI E “CREATIVI”



[www.matematicasenzafrontiere.it](http://www.matematicasenzafrontiere.it)

**MATEMATICA SENZA FRONTIERE** ogni anno propone una **gara nazionale alla quale concorrono intere classi** (è l'edizione italiana di Mathématiques Sans Frontières, una competizione che, nata in Francia, negli anni si è poi diffusa a parecchi paesi europei e non).

Un'intera classe (Seconda o Terza, per quanto riguarda le scuole superiori) ha 1 ora e  $\frac{1}{2}$  di tempo per risolvere **10 quesiti (le Seconde) o 13 quesiti (le Terze), di cui 1 in lingua straniera**, al quale è richiesto di dare la risposta pure in lingua straniera.

Andando sul sito e cliccando su “Prove” oppure su “Data Base Prove” e poi “Archivio”, puoi scaricare i testi delle gare degli anni passati.

“Senior” si riferisce alla scuola superiore, “Junior” invece è la versione per Scuola Media inferiore. “Prova d'accoglienza” indica una simulazione, che precede la competizione vera e propria.

<http://olimpiadi.dm.unibo.it/>

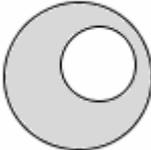
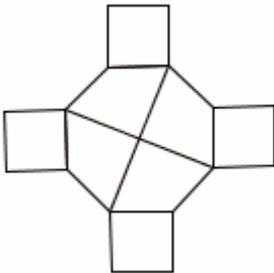
Su questo sito, se clicchi su “Archivio Downloads”, puoi trovare testi e soluzioni delle gare chiamate “**OLIMPIADI MATEMATICHE**” o “**GIOCHI DI ARCHIMEDE**”.

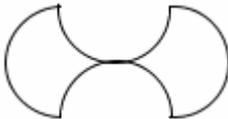
- “**Archimede**” indica le prove di Istituto, che si svolgono nelle singole scuole
- “**Febbraio**” indica le prove ancora più difficili assegnate alla fase provinciale
- “**Cesenatico**” indica le prove davvero difficilissime della gara nazionale

Riportiamo qui i testi di qualcuno dei Giochi degli anni passati.

Ovviamente, puoi trovare le *soluzioni* (complete di breve spiegazione) *sul sito*.

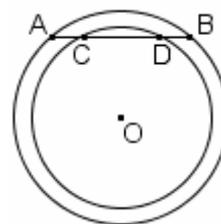
### TESTO DEI “GIOCHI DI ARCHIMEDE” 2000 (clicca qui [⇨](#) per le risposte)

- Al mercato delle pulci un venditore vende per 80 Euro uno scaffaletto che aveva acquistato per 70 Euro. Poi ci ripensa, riacquista lo scaffaletto per 90 Euro e lo rivende per 100 Euro. Quanto ha guadagnato alla fine?  
(A) Nulla (B) 10 Euro (C) 20 Euro (D) ha perso 10 Euro (E) nessuna delle precedenti
  - Nella figura a fianco il raggio del cerchio esterno è il doppio di quello del cerchio interno. Quanto vale il rapporto fra l'area della regione ombreggiata e quella della regione bianca all'interno?  
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) dipende dalla posizione del cerchio (E) nessuna delle precedenti
- 
- Qual è la media aritmetica dei numeri 1, 2, 3, ..., 1999, 2000?  
(A) 999 (B) 999,5 (C) 1000 (D) 1000,5 (E) 1001
  - Quanto vale  $6a$  se  $3a - 2 = 2b - 1$ ?  
(A)  $4b + 1$  (B)  $4b + 2$  (C)  $4b + 3$  (D)  $4b + 4$  (E) nessuna delle precedenti
  - Se aumentiamo la lunghezza della base di un rettangolo del 30% e quella dell'altezza del 50%, l'area aumenta del  
(A) 195% (B) 115% (C) 150% (D) 95% (E) 80%
  - Quanti assi di simmetria possiede la figura a lato?  
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) nessuna delle precedenti
  - Ogni mese un grossista spedisce a un negoziante 24 litri, 32 litri e 40 litri di tre varietà diverse di vino utilizzando il minimo numero possibile di recipienti tutti uguali e completamente riempiti, ovviamente senza mescolare qualità diverse di vino nello stesso recipiente. Quanti recipienti riceverà quel negoziante in un anno?  
(A) 36 (B) 72 (C) 144 (D) 288 (E) i dati sono insufficienti
- 

- 8) Quanto vale l'area della regione delimitata dalle quattro semicirconferenze di diametro 10 cm mostrate in figura?  
 (A)  $100\text{ cm}^2$  (B)  $10\pi\sqrt{2}\text{ cm}^2$  (C)  $50\pi\text{ cm}^2$   
 (D)  $100\pi\text{ cm}^2$  (E)  $25\pi\text{ cm}^2$
- 
- 9) Emanuele soffre d'insonnia. Un giorno alle 11:11 precise egli afferma: "Non dormo da 53 ore e 53 minuti". A che ora si è svegliato l'ultima volta?  
 (A) 5:04 (B) 5:18 (C) 5:58 (D) 6:04 (E) 6:18
- 10) Il lato dell'esagono più piccolo in figura vale 1 e quello del più grande vale 2. Qual è la somma delle lunghezze di tutti i tratti disegnati?  
 (A) 18 (B) 24 (C) 30 (D) 36 (E) nessuna delle precedenti
- 
- 11) Un podista e un ciclista partono insieme dalla città A diretti alla città B distante da A 13 km, con l'accordo di fare la spola fra A e B senza fermarsi mai. Sapendo che ogni ora il podista percorre 9 km mentre il ciclista ne percorre 25, quale distanza separerà i due sportivi dopo 3 ore dall'inizio della competizione?  
 (A) 1 km (B) 2 km (C) 3 km (D) 4 km (E) 5 km
- 12) Il deposito della libreria di Tullio è una stanza cubica di lato 5 m e negli ultimi tempi è diventato troppo piccolo per poter contenere tutte le giacenze di magazzino. Perciò Tullio ne ha comprato uno nuovo, sempre di forma cubica, che, sostituito al precedente, gli ha permesso di guadagnare  $218\text{ m}^3$  di spazio. Di quanti metri il lato del nuovo deposito è più lungo di quello vecchio?  
 (A) 1 m (B) 2 m (C) 3 m (D) 4 m (E) 5 m
- 13) Il prezzo della mascotte delle olimpiadi di matematica è dato dalla somma del prezzo delle materie prime e del prezzo della lavorazione. L'anno scorso la mascotte costava 10 Euro. Quest'anno il costo delle materie prime è raddoppiato e quindi la mascotte costa 11,80 Euro. Quanto incide quest'anno il prezzo delle materie prime sul prezzo finale del prodotto?  
 (A) Meno di 1 Euro (B) tra 1 e 2 Euro (C) tra 2 e 3 euro (D) tra 3 e 4 euro (E) più di 4 euro
- 14) Un ladro spia Marco mentre chiude la sua valigia con un lucchetto con combinazione di 3 cifre (ciascuna cifra va da 0 a 9). Non ha potuto vedere la combinazione ma è riuscito a capire che due cifre consecutive sono uguali e la terza è diversa. Qual è il numero massimo di combinazioni che il ladro dovrà provare per aprire la valigia di Marco?  
 (A) 180 (B) 190 (C) 200 (D) 210 (E) 220
- 15) Un giardino quadrato di 20 metri di lato viene innaffiato con irrigatori puntiformi. Ciascun irrigatore innaffia tutti i punti che distano da esso al più 10 metri. Qual è il minimo numero di irrigatori necessario per innaffiare tutto il giardino? (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
- 16) Versando  $40\text{ cm}^3$  di acqua in un recipiente a forma di parallelepipedo rettangolo avente un lato della base lungo 4 cm, il livello del liquido raggiunge 5 cm. Versandone una quantità incognita in un altro recipiente parallelepipedo rettangolo che ha quel lato della base lungo 6 cm e l'altro inalterato, il liquido raggiunge un livello di 15 cm. Quanti  $\text{cm}^3$  di acqua sono stati versati la seconda volta?  
 (A) 180 (B) 80 (C) 40 (D) 20 (E)  $80/9$
- 17) Qual è la probabilità che, presi a caso tre vertici distinti di un esagono regolare, essi siano i vertici di un triangolo equilatero? (A)  $1/4$  (B)  $1/8$  (C)  $1/9$  (D)  $1/10$  (E)  $1/20$
- 18) Anna, Barbara, Chiara e Donatella si sono sfidate in una gara di nuoto fino alla boa. All'arrivo non ci sono stati ex-aequo. Al ritorno, Anna dice: "Chiara è arrivata prima di Barbara"; Barbara dice: "Chiara è arrivata prima di Anna"; Chiara dice: "Io sono arrivata seconda". Sapendo che una sola di esse ha detto la verità, (A) si può dire solo chi ha vinto (B) si può dire solo chi è arrivata seconda (C) si può dire solo chi è arrivata terza (D) si può dire solo chi è arrivata ultima (E) non si può stabilire la posizione in classifica di nessuna
- 19) Nella tomba del faraone Tetrakamon è stato ritrovato uno smeraldo, lavorato a forma di tetraedro (piramide a base triangolare), i cui spigoli misurano in millimetri 54, 32, 32, 29, 27, 20. Indicando con A, B, C, D i vertici del tetraedro e sapendo che AB è lungo 54, quanti millimetri è lungo CD? (A) 32 (B) 29 (C) 27 (D) 20 (E) non si può determinare
- 20) In una scuola il 60% degli studenti è di sesso maschile, il 90% è minorenni ed il 60% ha i capelli castani. Quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera? (A) C'è almeno una ragazza maggiorenne (B) C'è almeno una ragazza con i capelli castani (D) C'è almeno un ragazzo minorenni e castano (D) Non ci sono ragazzi maggiorenni e castani (E) C'è almeno un ragazzo biondo

TESTO DEI "GIOCHI DI ARCHIMEDE" 2004 (clicca qui [⇨](#) per le risposte)

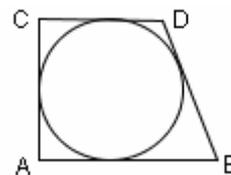
- 1) Secondo una recente statistica, ogni italiano mangia in media 30 kg di pasta all'anno. Sapendo che la popolazione italiana è di 57 milioni di abitanti, quante tonnellate di pasta si consumano in Italia ogni anno?  
(A) meno di 1000 (B) più di 1000, ma meno di 10 mila (C) più di 10 mila, ma meno di 100 mila  
(D) più di 100 mila, ma meno di 1 milione (E) più di 1 milione
- 2) Luigi ha 4 anni più di Silvio che, a sua volta, ha 3 anni più di Carlo. Se complessivamente hanno 34 anni, quanti anni ha il più grande? (A) 12 (B) 15 (C) 17 (D) 18 (E) 20
- 3) Tarzan vuole tenere il suo leone in una radura di forma circolare avente raggio 12 metri e con un alto albero nel centro. Per fare in modo che il leone non scappi, lo lega con una catena all'albero centrale, ma al momento di fissarla si accorge che la catena è lunga 13 metri anziché 12. Non potendo in alcuna maniera accorciare la catena, decide di legarla più in alto, in modo che il leone possa raggiungere il limite della radura, senza uscirne. A quanti metri di altezza dal suolo Tarzan lega la catena?  
(Si trascurino il diametro dell'albero e, solo per questo esercizio, le dimensioni del leone).  
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
- 4) Se  $a + 1 = b - 2 = c + 3 = d - 4$ , qual è il più piccolo dei numeri  $a, b, c, d$ ?  
(A)  $a$  (B)  $b$  (C)  $c$  (D)  $d$  (E) non si può stabilire in base ai dati del problema.
- 5) Ad una gara matematica partecipano 1200 candidati. Il 40% di essi riceve una medaglia (d'oro, d'argento o di bronzo). Il numero di medaglie di bronzo è triplo di quello di medaglie d'oro; il numero di medaglie d'argento è doppio di quello di medaglie d'oro. Quante sono le medaglie d'argento?  
(A) 120 (B) 144 (C) 160 (D) 180 (E) nessuna delle precedenti.
- 6) Tre amici stanno conversando. Uno di loro dice: "Almeno due di noi sono bugiardi."  
Un altro ribatte: "Non è vero!". Quanti sono i bugiardi?  
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) i dati sono incongruenti (E) non si può determinare in modo univoco.
- 7)  $a, b$  e  $c$  sono tre numeri naturali. Sappiamo che  $a$  è divisibile per 15,  $b$  è divisibile per 12 e  $c$  per 21. Quale delle seguenti affermazioni è certamente vera?  
(A)  $a^2 + b^2 + c^2$  è divisibile per 18 (B)  $a + b + c$  è divisibile per 9 (C)  $a + b + c$  è divisibile per 2  
(D)  $(a + b + c)^2$  è divisibile per 9 (E)  $a^2 + b^2 + c^2$  è divisibile per 15.
- 8) Sulla lavagna è scritto inizialmente il numero 1. Successivamente, dieci studenti a turno cancellano il numero che trovano sulla lavagna e lo sostituiscono con il suo doppio aumentato di 1.  
Qual è il numero che resta sulla lavagna alla fine? (A) 31 (B)  $2^{11} + 1$  (C)  $2^{11} - 1$  (D)  $3^{10}$  (E) 2005.
- 9) Marco deve recarsi una volta all'anno, per lavoro, in un lontano Paese dalla disastrosa economia, nel quale da un anno all'altro i prezzi raddoppiano. Tuttavia la moneta di quel Paese perde ogni anno il 30% del suo valore rispetto all'Euro. La spesa (in Euro) sostenuta da Marco per il suo soggiorno nel 2004 risulta pertanto  
(A) minore di quella del 2002 (B) uguale a quella del 2002 (C) superiore a quella del 2002, ma minore del doppio di essa (D) uguale al doppio della spesa del 2002 (E) uguale al quadruplo della spesa del 2002.
- 10) Quanto è lunga la corda AB sapendo che  $AB = 2CD$  e che i raggi dei due cerchi concentrici sono 5 metri e 4 metri?  
(A)  $2\sqrt{2}$  m (2)  $2\sqrt{3}$  m (C)  $3\sqrt{3}$  m (D)  $4\sqrt{3}$  m  
(E) dipende dall'inclinazione della corda



- 11) Quante sono le coppie ordinate di numeri naturali  $(x, y)$ ,  $x > 0$  e  $y > 0$ , tali che  $5 < x + y \leq 10$ ?  
(Attenzione: si considerano coppie ordinate, quindi, ad esempio, le coppie (3,4) e (4,3) sono distinte tra loro).  
(A) 20 (B) 25 (C) 30 (D) 35 (E) nessuna delle precedenti.

- 12) Michele si prepara all'ultimo compito in classe di matematica dell'anno; lo affronta con tranquillità, sapendo che se prenderà 10 avrà la media del 9, mentre prendendo 5 la media diverrà 8. Quanti compiti ha già fatto quest'anno Michele?  
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) i dati non sono sufficienti per dare la risposta.

- 13) Il trapezio rettangolo ABCD contiene una circonferenza di raggio 1 metro, tangente a tutti i suoi lati. Sapendo che il lato obliquo BC è lungo 7 metri, trovare l'area del trapezio.  
(A) 8 metri quadrati (B) 9 metri quadrati (C) 10 metri quadrati  
(D) 11 metri quadrati (E) non si può ricavare dai dati del problema.



- 14) Venti soffici cuscini quadrati sono impilati uno sopra l'altro. Ogni cuscino pesa 500 g ed ha inizialmente uno spessore di 30 cm. Nella pila, però, lo spessore di ogni cuscino si riduce in ragione di 2 cm per ogni chilo di peso sopra di esso (1 cm per ogni mezzo chilo). Quanto è alta la pila di cuscini?  
 (A) 220 cm (B) 410 cm (C) 490 cm (D) 581 cm (E) mancano dati per poter rispondere.
- 15) Una cassetta di legno, senza coperchio, è fabbricata con tavole spesse 2 cm. Se le dimensioni esterne della base (rettangolare) sono 38 cm e 44 cm e l'altezza esterna è 47 cm, di quanti centimetri cubi è il volume interno della cassetta? (A) 61200 cm<sup>3</sup> (B) 63920 cm<sup>3</sup> (C) 68040 cm<sup>3</sup> (D) 75240 cm<sup>3</sup> (E) 78584 cm<sup>3</sup>

**SE HO UN INSIEME DI 24 ELEMENTI, IN QUANTI MODI POSSO SCEGLIERNE 2?**

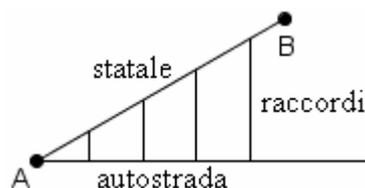
Un modo efficace per rispondere a questa domanda è di pensare dapprima che la coppia di elementi che si scelgono sia ordinata, tenendo poi conto solo in un secondo tempo ... che invece non lo è. Dunque: scelgo il primo elemento, e posso fare questa scelta in 24 modi; per ciascuno dei modi con cui ho scelto il primo elemento, mi si apre un ventaglio di 23 possibilità per la scelta del 2° elemento. Allora per la scelta dei due elementi, nell'ordine, le possibilità sono  $24 \cdot 23 = 552$ . Ma in realtà l'ordine di scelta non mi interessa: insomma, scegliere prima  $a$  e poi  $b$ , oppure prima  $b$  e poi  $a$ , è esattamente la stessa cosa: le due coppie ordinate  $(a, b)$  e  $(b, a)$  vanno pensate come indistinguibili, è come se si "fondessero" in una stessa entità, la coppia non ordinata  $\{a, b\}$ . Perciò il numero di coppie ordinate va diviso per 2 e si ottiene che il numero di modi nei quali è possibile scegliere 2 elementi da un insieme che ne contiene 24 è  $\frac{24 \cdot 23}{2} = 276$ .

In generale, dato un insieme di  $n$  elementi, posso sceglierne 2 (quando non conta l'ordine in cui li scelgo, ma solo *quali* scelgo) in  $\frac{n \cdot (n-1)}{2}$  modi.

Ad esempio, se ho 2 anelli da mettere al dito, fra le 10 dita delle mie mani posso scegliere quelle in cui infilare gli anelli in  $\frac{10 \cdot 9}{2} = 45$  modi.

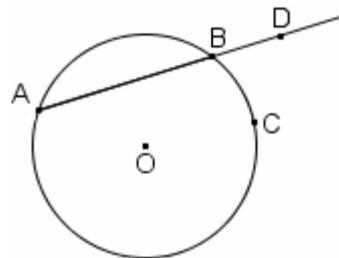
- 16) Dieci amici decidono di giocare una partita di calchetto, cinque contro cinque. Sapendo che vi sono due terne di fratelli, e che i tre fratelli Ambrosio desiderano giocare tutti nella squadra A mentre i tre fratelli Bianchi desiderano giocare tutti nella squadra B, in quanti differenti modi si possono formare le due squadre?  
 (A) 3 (B) 6 (C) 15 (D) 24 (E) 30

- 17) Un automobilista deve andare dalla città A alla città B, distanti tra loro 50 km in linea d'aria, e vuole impiegare il minor tempo possibile. Può percorrere la strada statale che collega direttamente A a B, oppure può percorrere un tratto di autostrada, che passa da A e forma con la statale un angolo di 30 gradi, e prendere uno dei raccordi che partono ortogonalmente dall'autostrada e arrivano sulla statale (vedi figura). In tutto ci sono 4 raccordi, rispettivamente dopo 10, 20, 30 e 40 km da A. Sull'autostrada la velocità massima consentita è 130 km all'ora, sulla statale e sui raccordi è 90 km all'ora. Quale scelta è più conveniente?



- (A) percorrere solo la statale (B) percorrere l'autostrada fino al primo raccordo, quest'ultimo e poi la statale  
 (C) percorrere l'autostrada fino al secondo raccordo, quest'ultimo e poi la statale  
 (D) percorrere l'autostrada fino al terzo raccordo, quest'ultimo e poi la statale  
 (E) percorrere l'autostrada fino al quarto raccordo, quest'ultimo e poi la statale.

- 18) Siano A, B, C tre punti su una circonferenza di centro O. Sia D un punto esterno alla circonferenza, situato sulla retta AB dalla parte di B. Sapendo che  $\widehat{CBD} = 72^\circ$ , quanto misura l'angolo  $\widehat{AOC}$ ?  
 (A) 135° (B) 144° (C) 153° (D) 162° (E) 171°



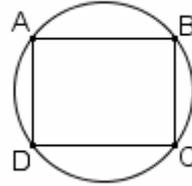
- 19) Quanti sono i multipli di 5 fra i numeri interi di 4 cifre che si scrivono senza usare altre cifre all'infuori di 0, 1, 2, 3, 4, 5?  
 (È consentito impiegare più volte la stessa cifra; 0 non può essere la cifra iniziale).  
 (A) 180 (B) 216 (C) 360 (D) 396 (E) 1080.

- 20) Sia data nel piano una circonferenza di raggio 3. Consideriamo tutti i punti P del piano tali che la circonferenza di centro P e raggio 2 interseca in almeno un punto la circonferenza data. Questi punti formano  
 (A) la circonferenza data (B) una circonferenza più grande di quella data (C) un cerchio  
 (D) una corona circolare (E) l'unione di due circonferenze concentriche.

TESTO DEI "GIOCHI DI ARCHIMEDE" 1998 (clicca qui [⇨](#) per le risposte)

- 1)  $0,3 \times 0,3 \times 0,3$  è uguale a:  
 (A) 0,9 (B) 0,27 (C) 0,027 (D) 0,009 (E) 0,0027

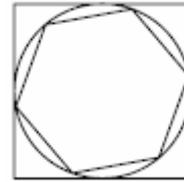
- 2) ABCD è un rettangolo con  $AB = 8$  cm e  $BC = 6$  cm.  
 Quanto vale l'area del cerchio circoscritto?  
 (A)  $25\pi$  cm<sup>2</sup> (B)  $24$  cm<sup>2</sup> (C)  $24\pi$  cm<sup>2</sup>  
 (D)  $50\pi$  cm<sup>2</sup> (E) nessuna delle precedenti



- 3) Quale fra le seguenti espressioni rappresenta il quadrato del triplo del consecutivo di un numero intero  $n$ ?  
 (A)  $[3(n+1)]^2$  (B)  $3n^2+1$  (C)  $(3n+1)^2$  (D)  $3(n^2+1)$  (E)  $3(n+1)^2$

- 4) In una classe ci sono 30 alunni. La maestra li divide in 5 squadre di 6 alunni e organizza una gara a squadre. Alla fine della gara distribuisce caramelle a tutti gli alunni, facendo in modo che ogni componente dell'unica squadra vincitrice riceva il doppio di caramelle rispetto agli alunni delle rimanenti squadre. Sapendo che in tutto la maestra distribuisce 540 caramelle, quante caramelle riceve ogni vincitore?  
 (A) 15 (B) 18 (C) 27 (D) 30 (E) 36

- 5) Si consideri un quadrato di lato unitario; inscriviamo al suo interno una circonferenza e, all'interno di questa, un esagono regolare. Quanto misura il lato dell'esagono?  
 (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (D)  $4(\sqrt{2}-2)/7$  (E)  $\pi/6$



- 6) La produzione vinicola italiana rappresenta il 25% di quella mondiale ed il 38% di quella europea. Quale percentuale della produzione mondiale è rappresentata dalla produzione europea?  
 (A) Meno del 50% (B) fra il 50% e il 60% (C) fra il 60% e il 70%  
 (D) più del 70% (E) non si può determinare

- 7) La città del mistero dista 500 km da Topolinia e 1200 km da Paperopoli. Qual è il minimo valore possibile per la distanza tra Topolinia e Paperopoli?  
 (A) 500 km (B) 700 km (C) 1200 km (D) 1300 km (E) 1700 km

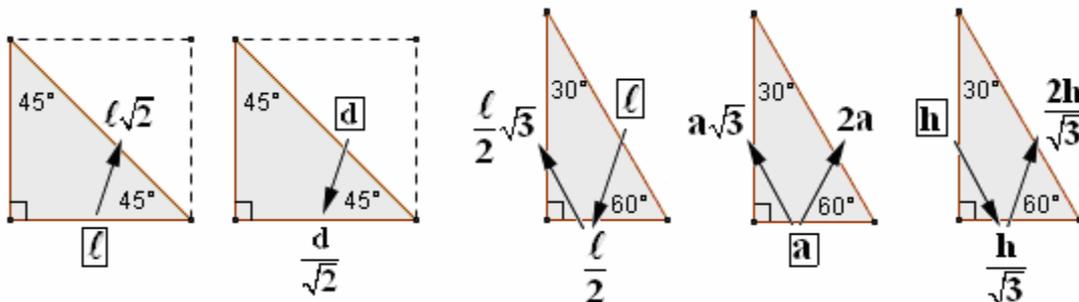
- 8) Se i numeri  $0,3$ ;  $0,\bar{3}$ ;  $(0,\bar{3})^2$ ;  $\frac{1}{0,3}$ ;  $\frac{1}{0,\bar{3}}$  vengono messi in ordine crescente, il terzo numero è:

- (A)  $0,3$  (B)  $0,\bar{3}$  (C)  $(0,\bar{3})^2$  (D)  $\frac{1}{0,3}$  (E)  $\frac{1}{0,\bar{3}}$

- 9) Qual è il più piccolo intero di tre cifre divisibile per 3 e per 13?  
 (A) 102 (B) 104 (C) 117 (D) 139 (E) nessuno dei precedenti.

- 10) I raggi di tre sfere sono proporzionali a 1, 2, 3. Allora si ha che:  
 (A) il volume della sfera più grande è il triplo del volume della sfera più piccola  
 (B) la somma dei volumi delle due sfere più piccole è uguale al volume della sfera più grande  
 (C) il volume della sfera più grande è il triplo della somma dei volumi delle altre due  
 (D) la superficie della sfera più grande è uguale alla somma delle superfici delle altre due  
 (E) la superficie della sfera più grande è il triplo della somma delle superfici delle altre due.

Per i quesiti n° 11 e n° 14 può essere utile tener presenti alcune relazioni fra i lati di un triangolo rettangolo con gli angoli di  $90^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $45^\circ$  oppure con gli angoli di  $90^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ . Riassumiamo nelle figure sottostanti le formule che valgono in questi contesti.



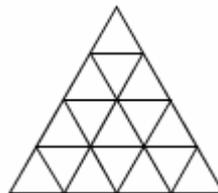
- 11) Se ordiniamo le cifre seguenti secondo la somma delle lunghezze dei segmenti di cui sono composte, quale cifra occupa la posizione centrale?



- (A) Il 3 (B) il 2 (C) il 4 (D) ce n'è più di una (E) nessuna delle precedenti

- 12) Quanti triangoli equilateri sono presenti in questa figura?

- (A) 16 (B) 20 (C) 25 (D) 26 (E) 27



- 13) In una classe di 20 persone, 15 giocano a calcio, 14 a basket, 13 a pallavolo.

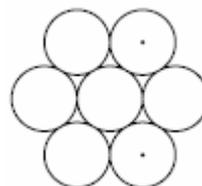
Quanti sono, al minimo, coloro che praticano tutti e tre gli sport?

- (A) 0 (B) 2 (C) 7 (D) 9 (E) 13

- 14) Sette cerchi di raggio unitario sono disposti come nella figura a fianco.

La distanza fra i due centri indicati con un punto è

- (A) 2 (B)  $\sqrt{3}$  (C) 3 (D)  $2\sqrt{3}$  (E) nessuna delle precedenti.



- 15) Quale dei seguenti numeri termina con il maggior numero di zeri?

- (A)  $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^5$  (B)  $2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^2$  (C)  $2^5 \cdot 5^3 \cdot 3^2$  (D)  $4^5 \cdot 5^6 \cdot 6^4$  (E)  $4^6 \cdot 6^5 \cdot 5^4$

- 16) Platone amava particolarmente il dodecaedro regolare, che è un poliedro le cui facce sono 12 pentagoni regolari uguali. Quanti spigoli e quanti vertici ha tale poliedro?

- (A) 20 spigoli e 20 vertici (B) 30 spigoli e 20 vertici (C) 20 spigoli e 30 vertici  
(D) 30 spigoli e 60 vertici (E) 60 spigoli e 60 vertici.

- 17) Su un' isola vivono tre categorie di persone: i cavalieri, che dicono sempre la verità, i furfanti, che mentono sempre, ed i paggi che dopo una verità dicono sempre una menzogna e viceversa.

Sull'isola incontro un vecchio, un ragazzo e una ragazza.

Il vecchio afferma: "Io sono paggio"; "Il ragazzo è cavaliere".

Il ragazzo dice: "Io sono cavaliere"; "La ragazza è paggio".

La ragazza afferma infine: "Io sono furfante"; "Il vecchio è paggio".

Si può allora affermare che tra i tre:

- (A) c'è esattamente un paggio (B) ci sono esattamente due paggi  
(C) ci sono esattamente tre paggi (D) non c'è alcun paggio (E) il numero dei paggi non è sicuro.

- 18) Un incallito giocatore paga 5000 lire per entrare in una casa da gioco, ove raddoppia i suoi soldi.

Uscito, paga 5000 lire per il parcheggio dell'auto, ma – visto che la fortuna gli è propizia –

entra in una seconda casa da gioco ad ingresso gratuito, ove nuovamente raddoppia il suo denaro.

Dopo aver pagato nuovamente il parcheggio con 6000 lire, si accorge che non gli rimane più nulla nel portafogli.

Quanti soldi aveva inizialmente il giocatore?

- (A) 10000 (B) 12000 (C) 15000 (D) i dati sono insufficienti (E) le risposte precedenti sono tutte errate.

- 19) Sappiamo che  $x=0,9\dots$  e che  $1/x=1,1\dots$

(i puntini indicano che le ulteriori cifre decimali sono state omesse).

Qual è la cifra che viene subito dopo il 9 nello sviluppo decimale di  $x$ ?

- (A) 0 (B) 1 (C) 9 (D) non si può determinare univocamente (E) nessuno dei precedenti.

- 20) Sapendo che tra 200 e 300 (estremi inclusi) ci sono esattamente 13 multipli dell'intero  $n$ , quanto vale  $n$ ?

- (A)  $\leq 6$  (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E)  $\geq 10$

TESTO DEI "GIOCHI DI ARCHIMEDE" 1996 (clicca qui [⇨](#) per le risposte)

1) Un ciclista che viaggia alla velocità costante di 5 m/s quanti chilometri percorre in 3 ore?  
 (A) 15km (B) 18 km (C) 50 km (D) 54 km (E) nessuna delle precedenti.

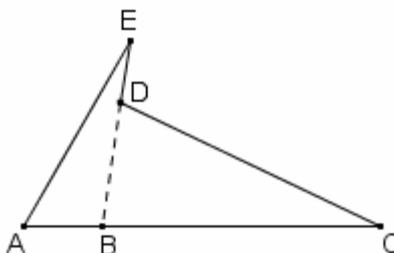
2) Se in una città c'è un matematico ogni 320 abitanti, qual è la percentuale di matematici?  
 (A) 3,2% (B) 0,32% (C) 3,125% (D) 0,3125% (E) nessuna delle precedenti.

3) Si sa che nella figura a fianco  
 $\widehat{CAE} = 60^\circ$ ,  $\widehat{AEB} = 20^\circ$ ,  $\widehat{ACD} = 25^\circ$ .

I punti E, D, B sono allineati.

Qual è la misura di  $\widehat{BDC}$  ?

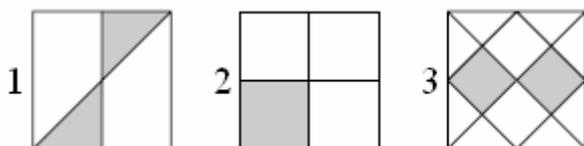
(A)  $75^\circ$  (B)  $85^\circ$  (C)  $90^\circ$  (D)  $105^\circ$   
 (E) le informazioni sono insufficienti.



4) Un secchio pieno di sabbia pesa complessivamente 9 kg, riempito per metà di sabbia pesa 5 kg.  
 Quanto pesa il secchio vuoto?  
 (A) 0,5 kg (B) 1 kg (C) 2 kg (D) 2,5 kg (E) il peso del secchio non può essere determinato.

5) Per cuocere il pesce sono necessari 15 minuti (fissi) per scaldare il forno, più 12 minuti di cottura per ogni  $\frac{1}{2}$  kg di pesce. Michele compra un branzino dal peso di 2,5 kg e vuole che sia cotto esattamente per le ore 20:00. A che ora Michele deve accendere il forno?  
 (A) 18:00 (B) 18:45 (C) 18:50 (D) 18:57 (E) 19:00

6) I tre quadrati del disegno hanno lo stesso lato. In che rapporto stanno le aree delle tre figure ombreggiate?



(A) La prima area è maggiore delle altre due  
 (B) la seconda area è maggiore delle altre due  
 (C) la terza area è maggiore delle altre due  
 (D) la prima area è uguale alla seconda, ed entrambe sono maggiori della terza  
 (E) le tre aree sono uguali.

7) Ieri non ho fatto colazione e sono andato a scuola, mentre l'altro ieri ho fatto colazione e sono andato a scuola. Quale delle frasi seguenti posso pronunciare senza essere bugiardo?

(A) Quando faccio colazione non vado mai a scuola  
 (B) tutte le volte che vado a scuola non faccio colazione  
 (C) ogni volta che vado a scuola faccio colazione  
 (D) talvolta vado a scuola senza fare colazione  
 (E) quando non faccio colazione non vado mai a scuola.

8) Nel rettangolo ABCD (vertici indicati in senso antiorario), E ed F sono i punti medi dei lati maggiori AD e BC rispettivamente. Sapendo che ABFE è simile a ABCD, quanto vale  $AD/AB$  ?

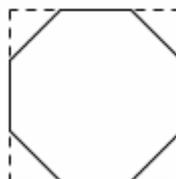
(A)  $\frac{7}{5}$  (B)  $\frac{3}{2}$  (C)  $\sqrt{3}$  (D)  $2\sqrt{2}$  (E) le precedenti risposte sono tutte sbagliate.

9) Uno sprinter molto regolare quando corre i 100 metri impiega 2,4 secondi per i primi 20 metri e corre i restanti 80 m a velocità costante, concludendo la gara in 10 secondi netti.  
 Se proseguisse per altri 100 m senza modificare la sua velocità che tempo otterrebbe sui 200 m?  
 (A) 18,8 s (B) 19 s (C) 19,5 s (D) 19,6 s (E) 20 s.

10) Da un quadrato di lato 10 cm si tagliano i quattro angoli in modo da ottenere un ottagono regolare.

Il lato dell'ottagono è lungo

(A) 4 cm (B)  $10 \cdot (\sqrt{2} - 1)$  cm (C)  $3\sqrt{2}$  cm (D) 5 cm  
 (E) le precedenti risposte sono tutte sbagliate.



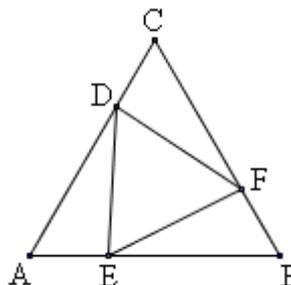
- 11) Una partita di angurie del peso iniziale di 500 kg viene stoccata per una settimana in un magazzino. All'inizio la percentuale di acqua contenuta nelle angurie è il 99% del loro peso, alla fine dello stoccaggio, a causa dell'evaporazione, tale percentuale è scesa al 98%. Quanto pesano alla fine le angurie?  
 (A) 250 kg (B) 400 kg (C) 480 kg (D) 490 kg (E) 495 kg.
- 12) In un rombo di area  $80 \text{ cm}^2$ , una diagonale è lunga il doppio dell'altra. Quanto è lungo il lato del rombo?  
 (A) 8 cm (B)  $\sqrt{80}$  cm (C) 10 cm (D) 20 cm (E) non si può determinare
- 13) Cinque persone non si trovano d'accordo sulla data.  
 - Carlo dice che oggi è lunedì 16 agosto  
 - Franco dice che oggi è martedì 16 agosto  
 - Marco dice che oggi è martedì 17 settembre  
 - Roberto dice che oggi è lunedì 17 agosto  
 - Tullio dice che oggi è lunedì 17 settembre.  
 Uno ha ragione, ma nessuno ha "completamente" torto, nel senso che ciascuno dice correttamente almeno una cosa (o il giorno della settimana, o il giorno del mese, o il mese). Chi ha ragione?  
 (A) Carlo (B) Franco (C) Marco (D) Roberto (E) Tullio.
- 14) Sia  $m = 999\dots99$  il numero formato da 77 cifre tutte uguali a 9 e sia  $n = 777\dots77$  il numero formato da 99 cifre tutte uguali a 7. Il numero delle cifre di  $m \cdot n$  è:  
 (A) 175 (B) 176 (C) 177 (D) 7692 (E) 7693

**DEFINIZIONE CLASSICA DI PROBABILITA'** (dovuta a Laplace, 1812)

Dicesi probabilità di un evento, il rapporto  $\frac{\text{numero casi favorevoli}}{\text{numero casi possibili}}$ , qualora tutti i casi possano essere considerati "equipossibili"; cioè, qualora non ci siano casi che tendano a verificarsi "più facilmente" di altri.

- 15) Quattro squadre di pallacanestro di pari forza disputano un torneo con girone unico all'italiana (ogni squadra incontra ogni altra squadra una sola volta). Qual è la probabilità che ci sia una squadra che alla fine del torneo ha vinto tutte le sue partite? (le partite di pallacanestro non possono finire con un pareggio).  
 (A)  $\frac{1}{6}$  (B)  $\frac{1}{\pi}$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $\frac{1}{2}$  (E)  $\frac{2}{3}$

- 16) Sia ABC un triangolo equilatero e DEF un altro triangolo equilatero in esso inscritto con AB perpendicolare a ED. Il rapporto fra le aree di ABC e di DEF è  
 (A)  $\sqrt{3}$  (B) 2 (C)  $\frac{5}{2}$  (D) 3 (E)  $3\sqrt{2}$



- 17) Un pallone di cuoio è ottenuto cucendo 20 pezzi di cuoio a forma esagonale e 12 pezzi di cuoio a forma pentagonale. Una cucitura unisce i lati di due pezzi adiacenti. Allora il numero totale delle cuciture è  
 (A) 90 (B) 172 (C) 176 (D) 180 (E) i dati del problema sono insufficienti.
- 18) Quanti angoli maggiori di  $90^\circ$  può avere un quadrilatero (non intrecciato)?  
 (A) Ne ha sempre almeno uno (B) ne ha al più uno (C) ne ha al più due  
 (D) ne ha al più tre (E) può averne quattro.
- 19) In una scatola vi sono quattro sacchetti: il primo sacchetto contiene 4 palline bianche e 3 nere, il secondo 2 palline bianche e 4 nere, il terzo 6 palline bianche e 9 nere, il quarto 5 palline bianche e 10 nere. Si estrae un sacchetto a caso, e da questo, sempre a caso, si estrae una pallina. Sapendo che è stata estratta una pallina bianca, quale sacchetto è più probabile che sia stato scelto?  
 (A) Il primo (B) il secondo (C) il terzo (D) il quarto  
 (E) tutti i sacchetti hanno la stessa probabilità di essere stati estratti.

- 20) Nel pentagono regolare disegnato a fianco, il triangolo ABC è equilatero. Quanto vale l'angolo convesso  $\widehat{E\hat{C}D}$ ?  
 (A)  $120^\circ$  (B)  $144^\circ$  (C)  $150^\circ$  (D)  $168^\circ$  (E)  $170^\circ$

