



## PROVE INVALSI - PROBLEMI VARI E “CREATIVI”



### L'INVALSI

(Istituto Nazionale per la VALutazione del SIstema educativo di istruzione e di formazione)  
 è l'organizzazione che, in Italia, ha l'incarico di predisporre strumenti  
 per stimare i livelli di apprendimento raggiunti dagli studenti nei vari Istituti scolastici,  
 e nelle singole classi all'interno di questi, confrontando anche Istituti e classi coi dati medi complessivi.

A tale scopo, INVALSI predispone ogni anno

- delle prove disciplinari che gli allievi sono chiamati ad affrontare
- e un questionario sulle loro condizioni sia personali che familiari e sul loro atteggiamento verso lo studio.

Dopo aver ricevuto comunicazione delle risposte fornite dai ragazzi, INVALSI attribuisce punteggi alle prove svolte ed elabora i dati dal punto di vista statistico confrontando la *performance* di ogni Scuola con la media nazionale e regionale; i risultati di questa analisi rimangono poi a disposizione in modo che ogni Istituto scolastico ne possa trarre elementi di riflessione utili a migliorare la sua “offerta formativa”.

Nelle Medie superiori, ad esempio, un test INVALSI si effettua ogni anno nel mese di maggio per le classi Seconde, e le materie coinvolte sono Italiano e Matematica.

🎵 Se clicchi su questa freccia ➡ dal sito [www.chihapauradellamatematica.org](http://www.chihapauradellamatematica.org), potrai scaricare

- ❑ i TESTI e le CORREZIONI delle PROVE INVALSI di matematica proposte in passato per le classi Seconde delle Scuole Medie Superiori
- ❑ e prove analoghe destinate agli studenti delle classi Prime

🎵 Un'utilissima **raccolta di prove PISA**, ispirate a situazioni “concrete”, di “matematica della Realtà”, è inoltre disponibile cliccando su quest'altra freccia ➡ (PISA è, grosso modo, una specie di equivalente internazionale di ciò che in Italia è l'INVALSI)

🎵 Qui di seguito pubblichiamo soltanto una rassegna di ESEMPI diffusi dall'INVALSI nell'anno in cui hanno preso il via i test per le Seconde di scuola Secondaria Superiore

### ESEMPI DELLA PROVA DI MATEMATICA (A BENEFICIO DELLE SECONDE SUPERIORI) Trovi le risposte a pagina 525

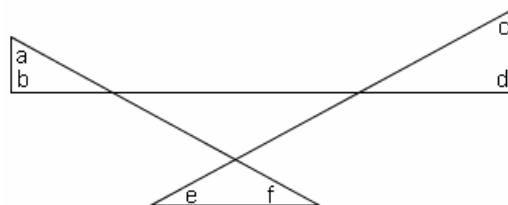
- 1) In una città il costo di un biglietto dell'autobus è passato da 1 euro a 1,20 euro, se acquistato nelle biglietterie a terra, e 1,50 se acquistato a bordo. Qual è, in percentuale, il sovrapprezzo per l'acquisto a bordo rispetto all'acquisto in biglietteria?
  - ❑ A. 20%    ❑ B. 25%    ❑ C. 30%    ❑ D. 50%
- 2) In un cinema il biglietto intero costa 9 euro e il ridotto 6 euro. Sono entrati 170 spettatori e l'incasso totale è stato di 1380 euro.
  - a) Quanti biglietti interi e quanti ridotti sono stati venduti? .....
  - b) Scrivi i calcoli che hai fatto per trovare la risposta .....

- 3) Elena compie gli anni in giugno. Qui a fianco è riportato il calendario di giugno 2010, dove sono evidenziati i giorni festivi. Qual è la probabilità che Elena abbia festeggiato il compleanno 2010 in un giorno festivo?  
 Risposta: .....

Giugno						
Lu	Ma	Me	Gi	Ve	Sa	Do
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

4) Qual è la somma degli angoli  $a, b, c, d, e, f$  nella figura disegnata qui a fianco?

- A. Un angolo piatto, ossia  $180^\circ$   
 B. Tre angoli retti, ossia  $270^\circ$   
 C. Due angoli piatti, ossia  $360^\circ$   
 D. Cinque angoli retti, ossia  $450^\circ$



5) Qual è il risultato della seguente espressione?  $\frac{\frac{1}{2}+1}{1-\frac{1}{2}}+1$

- A. 1     B.  $\frac{7}{4}$      C. 2     D. 4

6) Nel risolvere l'equazione alla riga 1 è stato commesso un errore.

$$-10x - 2 + 4x - 4 = 0 \quad (1)$$

$$-10x + 4x = 2 + 4 \quad (2)$$

$$6x = 6 \quad (3)$$

$$x = \frac{6}{6} \quad (4)$$

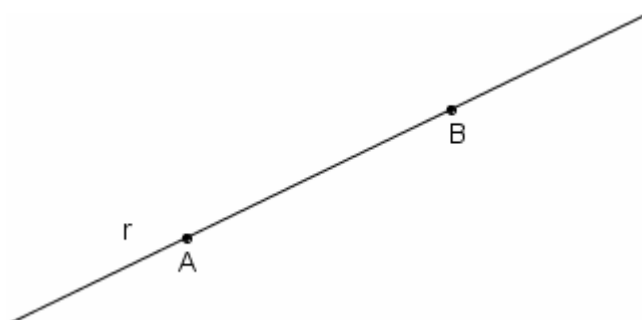
$$x = 1 \quad (5)$$

In quale passaggio è stato commesso l'errore?

- A. Nel passaggio dalla riga 1 alla riga 2  
 B. Nel passaggio dalla riga 2 alla riga 3  
 C. Nel passaggio dalla riga 3 alla riga 4  
 D. Nel passaggio dalla riga 4 alla riga 5

7) Qui accanto vedi una retta  $r$  sulla quale sono segnati due punti A e B. Disegna un triangolo rettangolo ABC in modo tale che il segmento AB sia un cateto.

Indica con una crocetta l'angolo retto del triangolo.

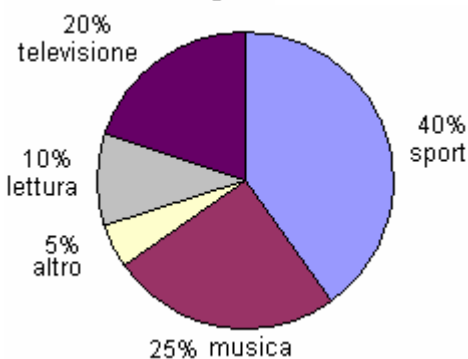
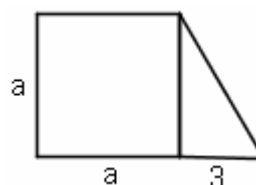


8) In quale di queste sequenze i numeri sono ordinati dal più piccolo al più grande?

- A.  $\frac{3}{100}$  0,125  $\frac{1}{3}$  0,65     B. 0,125  $\frac{3}{100}$  0,65  $\frac{1}{3}$   
 C. 0,65 0,125  $\frac{1}{3}$   $\frac{3}{100}$      D.  $\frac{1}{3}$   $\frac{3}{100}$  0,65 0,125

9) Scrivi la formula che esprime come varia l'area  $A$  della figura qui di fianco, al variare della lunghezza  $a$ .

$A =$  \_\_\_\_\_



10) Un'indagine sull'attività preferita nel tempo libero, compiuta su un campione di 220 studenti di una scuola con 700 studenti in totale, ha dato i risultati rappresentati nel grafico.

Qual è la probabilità che estraendo a caso uno studente del campione si ottenga un alunno che dedica il tempo libero alla lettura?

- A.  $\frac{1}{220}$      B.  $\frac{1}{10}$      C.  $\frac{1}{5}$      D.  $\frac{1}{70}$

11) Piero e Giorgio partono per una breve vacanza. Decidono che Piero pagherà per il cibo e Giorgio per l'alloggio. Il riepilogo delle spese che ciascuno di loro ha sostenuto è nella tabella qui a fianco.

Al ritorno fanno i conti per dividere in parti uguali le spese.

a) Quanti euro deve dare Piero a Giorgio per far sì che entrambi abbiano speso la stessa somma?

Risposta: ..... euro

b) Scrivi i calcoli che hai fatto per trovare la risposta: .....

	Giorgio	Piero
Lunedì	27 euro	35 euro
Martedì	30 euro	30 euro
Mercoledì	49 euro	21 euro

12) Nella seguente tabella sono riportati i prezzi del campeggio VACANZE FELICI.

**Campeggio VACANZE FELICI - Prezzi giornalieri 2010**

Periodo	dal 18/4 al 13/6 dal 9/9 al 1/11	dal 14/6 al 4/7 dal 26/8 al 8/9	dal 5/7 al 7/8	dal 8/8 al 25/8
<b>Adulti</b>	€ 8,00	€ 10,00	€ 13,00	€ 14,50
<b>Bambini fino a 12 mesi</b>	gratis	gratis	gratis	gratis
<b>Bambini da 1 anno fino a 6</b>	€ 4,00	€ 5,00	€ 6,50	€ 8,50
<b>Bambini da 7 anni fino a 10</b>	€ 6,00	€ 8,00	€ 10,00	€ 12,00

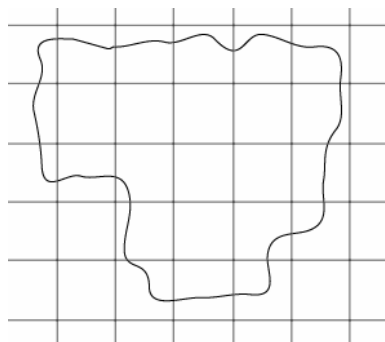
Una famiglia è formata da due adulti, un ragazzo di 9 anni e una bambina di 4 anni.

Quanto ha speso per una vacanza di cinque giorni dal 5 al 9 luglio 2010?

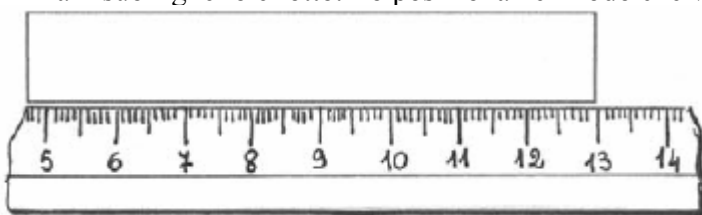
Risposta: .....

13) Nella figura che vedi ogni quadretto ha il lato di 1 cm. Quanto misura all'incirca l'area racchiusa dalla linea curva?

- A. Meno di 8 cm<sup>2</sup>
- B. Più di 8 cm<sup>2</sup> e meno di 13 cm<sup>2</sup>
- C. Più di 13 cm<sup>2</sup> e meno di 25 cm<sup>2</sup>
- D. Più di 25 cm<sup>2</sup>



14) Giovanni vuole misurare il lato maggiore del rettangolo rappresentato qui sotto, ma il suo righello è rotto. Lo posiziona nel modo che vedi.



Qual è la misura del lato?

- A. La misura del lato è 8,3 cm
- B. La misura del lato è 9 cm
- C. La misura del lato è 13 cm
- D. Non si può misurare perché non c'è lo 0

15) Sandro ha 20 dm di spago per chiudere quattro pacchi che deve spedire. Per ogni pacco gli servono 60 cm di spago. Riuscirà a chiudere i quattro pacchi?

- A. No, perché 60 è maggiore di 20
- B. Sì, perché 20 dm sono più di 6 dm
- C. No, perché 240 cm sono più di 20 dm
- D. Sì, perché i dm sono più grandi dei cm

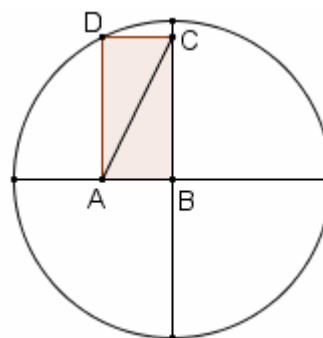
16) La circonferenza in figura ha il raggio di 4 cm. ABCD è un rettangolo.

a. Qual è la lunghezza (in cm) del segmento AC?

Risposta: .....

b. Giustifica la tua risposta:

.....  
 .....



17) L'insegnante dice:

“Prendiamo un numero naturale che indichiamo con  $n$ . Cosa si può dire del risultato di  $n(n-1)$ ?

E' sempre pari, oppure sempre dispari, oppure può essere qualche volta pari e qualche volta dispari?”.

Alcuni studenti rispondono in questo modo:

Roberto: “Può essere sia pari sia dispari, perché  $n$  è un numero qualsiasi”

Angela: “E' sempre dispari, perché  $n-1$  indica un numero dispari”

Ilaria: “E' sempre pari, perché  $3 \times (3-1)$  fa 6, che è pari”

Chiara: “E' sempre pari perché  $n$  e  $n-1$  sono numeri consecutivi e quindi uno dei due dev'essere pari”

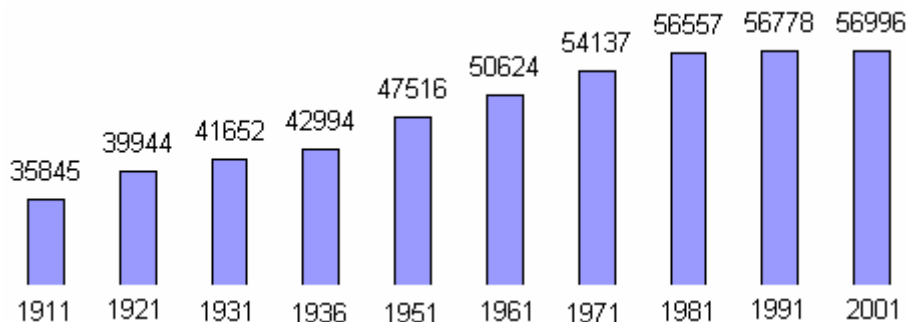
Chi ha ragione e fornisce la spiegazione corretta?

- A. Roberto
- B. Angela
- C. Ilaria
- D. Chiara

- 18) Il prezzo  $p$  (in euro) di una padella dipende dal suo diametro  $d$  (in cm) secondo la formula  $p = \frac{1}{15}d^2$ . Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa.

		V	F
a.	Il prezzo della padella è direttamente proporzionale al suo diametro	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	Il prezzo della padella aumenta all'aumentare del suo diametro	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	Il rapporto fra il diametro della padella e il suo prezzo è 15	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- 19) Il seguente grafico rappresenta la popolazione residente in Italia (espressa in migliaia) nei censimenti dal 1911 al 2001:



(dati Istat).

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- A. I censimenti sono stati attuati regolarmente ogni dieci anni.
- B. La popolazione è rimasta invariata negli ultimi tre censimenti.
- C. La popolazione nel decennio 1911-1921 è aumentata di circa quattro milioni di persone.
- D. Dal 1936 al 1951 la popolazione è aumentata di più di 5 milioni di persone.

- 20) Da compendio prove PISA (Program for International Students Assessment).

#### ANDATURA

La figura mostra le orme di un uomo che cammina.



La lunghezza  $P$  del passo è la distanza tra la parte posteriore di due orme consecutive.

Per gli uomini, la formula  $\frac{n}{P} = 140$  fornisce una relazione approssimativa tra  $n$  e  $P$  dove:

$n$  = numero di passi al minuto, e  $P$  = lunghezza del passo in metri.

**Domanda 1** - Se la formula si applica all'andatura di Enrico ed Enrico fa 70 passi al minuto, qual è la lunghezza del passo di Enrico?

Scrivi qui sotto i passaggi che fai per arrivare alla risposta.

.....

**Domanda 2** - Bernardo sa che la lunghezza del suo passo è di 0,80 metri.

La formula viene applicata all'andatura di Bernardo.

Calcola la velocità a cui cammina Bernardo esprimendola in metri al minuto e in chilometri all'ora.

Scrivi qui sotto i passaggi che fai per arrivare alla risposta.

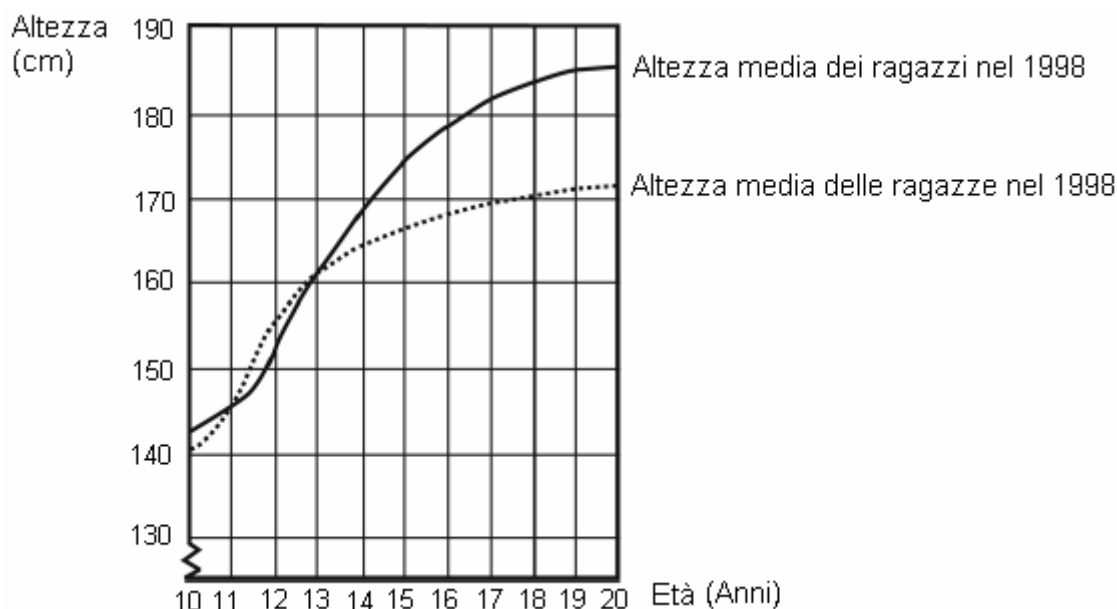
.....

.....

- 21) Da compendio prove PISA

#### LA CRESCITA - I giovani diventano più alti

Il grafico seguente mostra l'altezza media dei ragazzi e delle ragazze olandesi nel 1998.



**Domanda 1** - A partire dal 1980 l'altezza media delle ragazze di 20 anni è aumentata di 2,3 cm arrivando a 170,6 cm. Qual era l'altezza media delle ragazze di 20 anni nel 1980?  
Risposta: ..... cm

**Domanda 2** - In base al grafico, in che periodo della vita le ragazze sono, in media, più alte dei maschi della stessa età?  
.....

**Domanda 3** - Spiega in che modo il grafico mostra che, in media, la crescita delle ragazze è più lenta dopo i 12 anni.  
.....

## 22) Da compendio prove PISA: VERIFICA DI SCIENZE

Nella scuola di Martina, l'insegnante di scienze fa delle verifiche nelle quali il punteggio massimo è 100.

Martina ha un punteggio medio di 60 nelle sue prime quattro verifiche di scienze.

Alla quinta verifica, prende 80.

Qual è la media dei punteggi in scienze di Martina dopo tutte e cinque le verifiche?

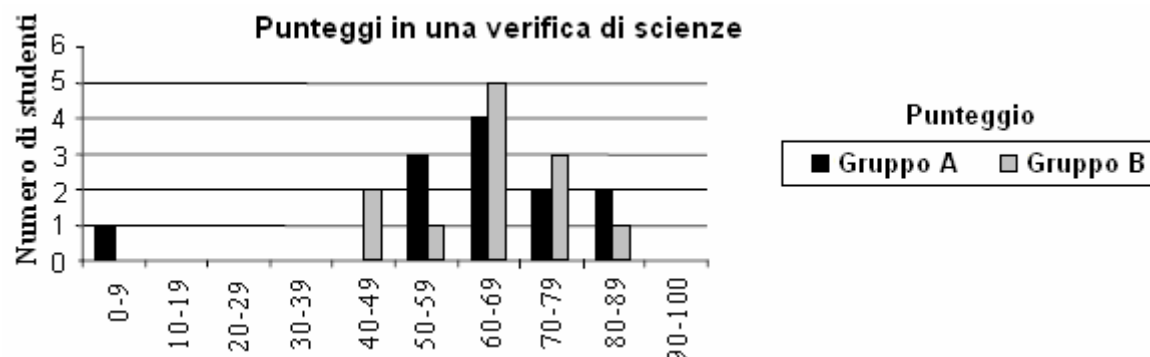
Media: .....

## 23) Da compendio prove PISA: RISULTATI DI UNA VERIFICA

Il grafico seguente mostra i risultati di una verifica di scienze, ottenuti da due gruppi di studenti, indicati come Gruppo A e Gruppo B.

Il punteggio medio del Gruppo A è 62,0 e quello del Gruppo B è 64,5.

Per avere la sufficienza, gli studenti devono ottenere almeno 50 punti.



In base a questo grafico, l'insegnante sostiene che, nella verifica, il Gruppo B è andato meglio del Gruppo A. Gli studenti del Gruppo A non sono d'accordo con l'insegnante.

Essi cercano di convincere l'insegnante che il Gruppo B non è necessariamente andato meglio. Con l'aiuto del grafico, suggerisci agli studenti del Gruppo A una spiegazione matematica che potrebbero usare.

## 24) Prove PISA 2003: BATTITO CARDIACO

Per motivi di salute, le persone dovrebbero limitare i loro sforzi, ad esempio durante le attività sportive, per non superare una determinata frequenza del battito cardiaco.

Per anni, la relazione tra la frequenza cardiaca massima consigliata e l'età della persona è stata descritta dalla seguente formula:

**Frequenza cardiaca massima consigliata = 220 – età**

Recenti ricerche hanno mostrato che questa formula dovrebbe essere leggermente modificata.

La nuova formula è la seguente:

**Frequenza cardiaca massima consigliata = 208 – (0,7 × età)**

### Domanda 1

Un articolo di giornale afferma: “Una conseguenza dell’uso della nuova formula al posto della vecchia è che il numero massimo consigliato di battiti cardiaci al minuto diminuisce leggermente per i giovani e aumenta leggermente per gli anziani”.

A partire da quale età la frequenza cardiaca massima consigliata diventa maggiore come risultato dell’introduzione della nuova formula? Scrivi i passaggi che fai per arrivare alla risposta.

### Domanda 2

La formula **frequenza cardiaca massima consigliata = 208 – (0,7 × età)** viene usata anche per determinare quando l’esercizio fisico ha efficacia massima.

Alcune ricerche hanno mostrato che l’esercizio fisico ha la massima efficacia quando i battiti sono all’80% della frequenza cardiaca massima consigliata.

Scrivi una formula che fornisca la frequenza cardiaca, in funzione dell’età, affinché l’esercizio fisico abbia la massima efficacia. ....

- 25) La formula che lega la scala della temperature in gradi Celsius  $C$  e in gradi Fahrenheit  $F$  è la seguente

$$C = \frac{5(F - 32)}{9}$$

- a. Un termometro registra la temperatura di 95 gradi Fahrenheit.  
A quanti gradi Celsius corrispondono? Risposta .....
- b. Quale formula permette di trovare la temperatura in gradi Fahrenheit conoscendo la temperatura in gradi Celsius?

A.  $F = \frac{9C + 160}{5}$      B.  $F = \frac{C + 41}{5}$      C.  $F = \frac{C + 9}{160}$      D.  $F = \frac{32 - 9C}{5}$

- 26) Si sa che  $a < b$  e  $ab < 0$ . Quale delle seguenti relazioni è sicuramente vera?

A.  $a^2 > b^2$      B.  $a^2 < b^2$      C.  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$      D.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

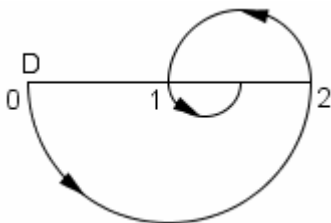
- 27) Da un quadrato di lato  $a$  viene ritagliato al suo interno un quadrato di lato  $b$  ( $b < a$ ). Quale tra le seguenti espressioni algebriche consente di calcolare l’area della parte restante del quadrato originario?

A.  $a - b$      B.  $(a - b)(a + b)$      C.  $a^2 + b^2$      D.  $(a - b)^2$

- 28) “La somma di due numeri dispari consecutivi è sempre un multiplo di 4”.  
Quale tra le seguenti scritte può essere considerata una dimostrazione dell’enunciato precedente?

- A.  $2d + 2d = 4d$   
 B.  $3 + 5 = 8$  e  $5 + 7 = 12$   
 C.  $(2k + 1) + (2k + 3) = 4k + 4 = 4(k + 1)$   
 D.  $2k + 1 + 2k + 1 = 4k + 2$

- 29) Partendo dal punto D (vedi la figura) descriviamo una semicirconfenza. Proseguiamo poi disegnando una semicirconfenza avente per raggio la metà della precedente semicirconfenza, e così di seguito, in modo che ogni semicirconfenza disegnata, dopo la prima, abbia raggio metà di quella precedente.



Se complessivamente il percorso è formato da 4 semicirconfenze, qual è la lunghezza totale del percorso?

A.  $\frac{15}{4}\pi$      B.  $\frac{15}{8}\pi$      C.  $\frac{7}{4}\pi$      D.  $\frac{7}{2}\pi$

30) Considera l'equazione  $x^5 + x^4 + x + 1 = 0$ .

- a. Una sua soluzione è  A.  $x = \frac{1}{4}$   B.  $x = 1$   C.  $x = 2$   D.  $x = -1$   
 b. Ci sono altre soluzioni reali?  Sì  No

Giustifica la tua risposta

.....  
 .....

31) Il reddito medio annuo dei lavoratori agricoli di un certo paese ammonta a 3500 scudi e quello dei lavoratori dell'industria a 4500 scudi.

È corretto affermare che il reddito medio complessivo ammonta a 4000 scudi?

- A. Sì, perché facendo  $3500 + 4500$  e dividendo per 2 si ottiene proprio 4000  
 B. No, perché manca l'informazione sul reddito medio dei lavoratori degli altri settori  
 C. Non si può dire perché non si conosce il numero dei lavoratori dei due settori  
 D. Sì, perché all'incirca i due settori occupazionali si equivalgono

32) La settimana scorsa la mamma chiese ad Aurelia di trascrivere al computer un manoscritto e Aurelia le assicurò che avrebbe battuto 20 pagine al giorno.

Per la prima metà del manoscritto andò piuttosto lentamente battendo 10 pagine al giorno e poi, per recuperare il tempo perduto, trascrisse la seconda metà a 30 pagine al giorno.

Quando ebbe finito portò a sua madre la trascrizione dicendole:

Vedi, ho fatto una media di 20 pagine al giorno, come ti avevo promesso. Infatti  $(10+30)/2=20$ .

Non è vero, replicò sua madre.

a. Chi ha ragione? .....

b. Spiega come hai fatto per trovare la risposta .....

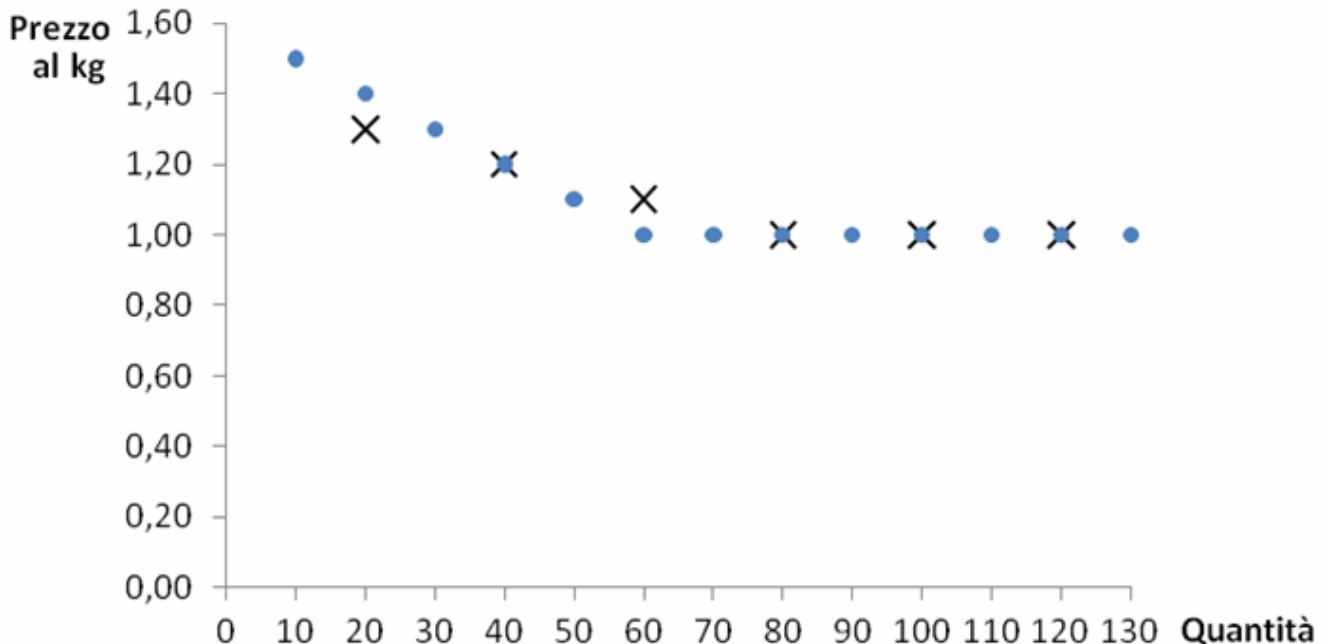
.....

33) Voglio comprare all'ingrosso delle mele e posso scegliere fra due aziende.

L'azienda A vende a cassette da 10 chilogrammi l'una, mentre l'azienda B a cassette da 20 kg l'una.

Nel grafico seguente sono rappresentati i prezzi praticati in funzione della quantità

( • indica il prezzo praticato dalla Ditta A, × indica il prezzo praticato dalla Ditta B )



a. Se voglio comprare 20 kg di mele:

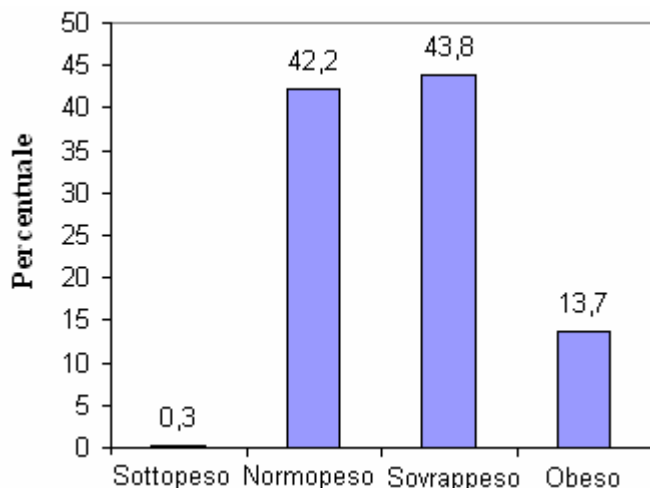
- A. conviene acquistare dalla ditta A  B. conviene acquistare dalla ditta B  
 C. è indifferente acquistare da A o da B  D. non posso scegliere

b. Per quali quantità è indifferente comprare dall'azienda A o dall'azienda B?

Risposta: .....

34) In una indagine sullo stato di salute della popolazione sono state raccolte informazioni relative al peso e alla statura di 1000 intervistati.

Gli intervistati sono stati poi suddivisi in quattro gruppi, come riportato nel grafico seguente.



Quante sono le persone sovrappeso?

- A. Più di 500, ma meno di 600
- B. Più di 600
- C. Meno della somma delle persone sottopeso e obeso
- D. All'incirca tante quante sono le persone normopeso

### 35) IL PUGILATO

I gravi incidenti avvenuti negli ultimi anni nel pugilato hanno sollevato vivaci discussioni sull'opportunità di vietare tale sport. Ecco alcuni sondaggi effettuati:

CAMPIONE N. 1: sono stati intervistati gli 808 allievi (75% dei quali maschi) di un Istituto Tecnico Industriale di Genova. Il 51,7% ha dichiarato di essere contrario al divieto del pugilato, il 48,3% di essere favorevole a tale divieto.

CAMPIONE N. 2: un giornale di Napoli ha promosso un sondaggio tra i suoi lettori, invitati a comunicare telefonicamente alla redazione il loro parere.

Hanno telefonato 1120 persone, 790 delle quali si sono dichiarate favorevoli al divieto del pugilato.

CAMPIONE N. 3: un giornalista di un noto quotidiano, durante i suoi viaggi in Italia, ha intervistato 338 persone di varie zone del Paese, metà uomini e metà donne, di diverse età ed estrazioni sociali. Ha raccolto opinioni favorevoli al divieto del pugilato da 231 persone, e contrarie da 107 persone.

a) Completa la seguente tabella inserendo sia i dati assoluti che quelli percentuali

	Tot	FAVOREVOLI		CONTRARI	
		Numero	%	Numero	%
CAMPIONE 1					
CAMPIONE 2					
CAMPIONE 3					

b) In base alle informazioni fornite, quale campione, a tuo avviso, fornisce indicazioni più attendibili circa il parere degli italiani sul divieto del pugilato? Risposta .....

Giustifica la tua risposta .....

36) Quattro diversi operatori telefonici propongono i seguenti piani tariffari:

Operatore 1.

1 centesimo al minuto, scatto alla risposta 2 centesimi

Operatore 2.

2 centesimi al minuto, scatto alla risposta 1 centesimo

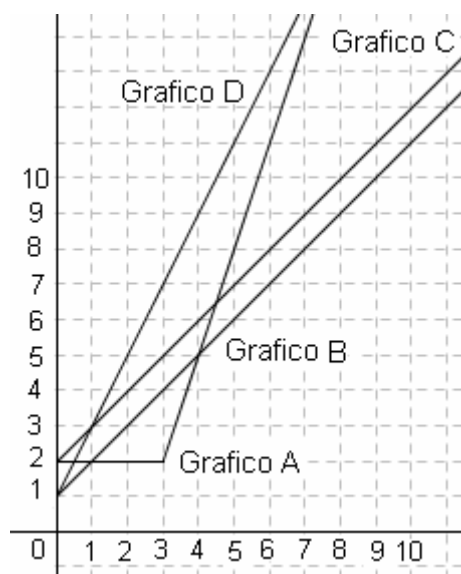
Operatore 3.

Scatto alla risposta 2 centesimi, gratis i primi 3 minuti, poi 3 centesimi al minuto

Operatore 4.

1 centesimo al minuto, scatto alla risposta 1 centesimo

I grafici nella figura rappresentano queste informazioni.



Completa le seguenti frasi.

1. Il grafico A corrisponde al piano tariffario dell'operatore .....
2. Il grafico B corrisponde al piano tariffario dell'operatore .....
3. Il grafico C corrisponde al piano tariffario dell'operatore .....
4. Il grafico D corrisponde al piano tariffario dell'operatore .....



- 37) Nel corso della storia molte culture hanno cercato di approssimare il valore, che oggi indichiamo con  $\pi$  (pi greco), del rapporto tra la lunghezza di una circonferenza e il suo diametro.  
Nella tabella trovi indicati alcuni dei valori utilizzati.

Egiziani	Babilonesi	Indiani	Cinesi
$\frac{256}{81}$	$3 + \frac{1}{8}$	$\sqrt{10}$	$\frac{355}{113}$

Chi utilizzava il valore più vicino a quello corretto?

- A. Gli Egiziani    B. I Babilonesi    C. Gli Indiani    D. I Cinesi
- 38) La frequenza cardiaca fisiologica è compresa tra i 60 e i 100 battiti al minuto.  
Qual è l'ordine di grandezza del numero di volte che ha battuto il cuore di una persona di 80 anni?  
A.  $10^5$     B.  $10^8$    C.  $10^9$    D.  $10^{13}$

- 39) In quale tra le seguenti sequenze i numeri sono disposti in ordine crescente?  
 A.  $-10^5, -5 \cdot 10^{-5}, 10^{-5}, 1/10^{-5}$     B.  $-5 \cdot 10^{-5}, -10^5, 1/10^{-5}, 10^{-5}$   
 C.  $-10^5, 10^{-5}, 1/10^{-5}, -5 \cdot 10^{-5}$     D.  $-5 \cdot 10^{-5}, -10^5, 10^{-5}, 1/10^{-5}$

- 40) Uno studente lavora con la seguente espressione algebrica:

$$(a+2)(b+5)+2(a-1)(1-b)$$

Sostituisce al posto della lettera  $a$  il valore 10 e al posto della lettera  $b$  un valore intero.

- a. Trova come risultato 7. Perché il risultato è sicuramente sbagliato?

Risposta.....

- b. Esegui di nuovo l'esercizio e trova uno dei risultati seguenti.

Qual è l'unico risultato corretto possibile tra di essi?

- A. 10    B. 12    C. 14    D. 16

- 41) Su un tragitto ferroviario, il biglietto costa 8,25 euro. L'abbonamento mensile costa 67,30 euro.  
Qual è il numero minimo di viaggi che occorre effettuare in un mese perché l'abbonamento sia più conveniente?

Risposta.....

- 42) Una pizza standard di forma rotonda per una persona ha il diametro di 21 cm.  
Quale dovrebbe essere il diametro di una pizza rotonda per due persone, se vogliamo che ciascuno abbia la stessa quantità della pizza standard?

Risposta ..... cm

- 43) In un piano riferito a un sistema di assi cartesiani ortogonali (con la stessa unità di misura sui due assi), disegna i punti A(4; 5), B(10; 4) e C(12; 13).

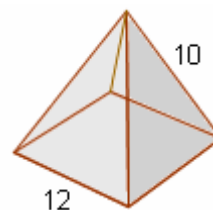
Il triangolo è rettangolo?

- SI    NO

Mostra i calcoli che hai fatto per arrivare alla risposta:

.....  
.....  
.....

- 44) La piramide della figura ha una base quadrata con il lato di 12 m.  
Lo spigolo misura 10 m.  
Qual è l'altezza della piramide nel suo massimo?



Risposta .....

- 45) Un rettangolo ABCD nel piano cartesiano ha i vertici nei punti A = (1,1), B = (3,1), C = (3,5), D = (1,5).

Il rettangolo A'B'C'D' è ottenuto da ABCD mediante una rotazione in senso antiorario di  $90^\circ$ , di centro l'origine.

Le coordinate dei vertici di A'B'C'D' sono

A' = .....   B' = .....   C' = .....   D' = .....

## RISPOSTE

1) B

2) a) 120 biglietti interi e 50 ridotti

b) Ad es.: I)  $x$  = numero biglietti a prezzo intero;  $y$  = num. bigl. scontati.  $x + y = 170$  e  $9x + 6y = 1380$  ecc.II)  $x$  = numero biglietti a prezzo intero;  $9x + 6(170 - x) = 1380$  ecc.

III) ... o altre strategie equivalenti.

IV) Anche col metodo di "falsa posizione": se i biglietti fossero stati tutti a prezzo intero, l'incasso sarebbe stato di euro  $170 \cdot 9 = 1530$  (= 150 euro in più).I biglietti ridotti sono quindi  $150 : (9 - 6) = 150 : 3 = 50$ .

3) 1/6

4) C (somma degli angoli interni di un triangolo =  $180^\circ$ ; due angoli opposti al vertice sono uguali ...)

5) D

6) B

7)



8) A

9)  $A = \frac{(2a+3) \cdot a}{2}$  oppure  $A = a^2 + \frac{3a}{2}$  o qualunque espressione algebricamente equivalente.

10) B

11) a) 10 euro b) Ad esempio:  $27+30+49=106$ ;  $35+30+21=86$ ;  $106-86=20$ ;  $20:2=10$ 

12) 212,50 euro

13) C 14) A 15) C

16) 4 cm (le diagonali di un rettangolo sono uguali; ma una diagonale coincide con un raggio)

17) D 18) F, V, F 19) C

20) Domanda 1: 0,5 m o 50 cm

Domanda 2:  $n = 140 \times 0,80 = 112$ .  $112 \times 0,80$  metri = 89,6 m/min  $\approx$  5,4 km/ora

21) Domanda 1: 168,3 cm

Domanda 2: fra gli 11 e i 13 anni

Domanda 3: per la pendenza minore della curva

22) 64

23) Più studenti del Gruppo A hanno superato la verifica rispetto a quelli del Gruppo B; se si toglie quell'unico studente del Gruppo A che ha avuto un punteggio disastroso, la media diventa superiore per il gruppo A; più studenti del Gruppo A rispetto agli studenti del Gruppo B hanno ottenuto un punteggio di 80 o superiore.

24) Domanda 1:

41.

Ad esempio: l'equazione  $220 - \text{età} = 208 - 0,7 \times \text{età}$  ha come soluzione  $\text{età} = 40$ 

e dunque le persone con più di 40 anni avranno una frequenza cardiaca massima consigliata più alta con la nuova formula.

Domanda 2:

frequenza cardiaca =  $80/100 \times (208 - 0,7 \times \text{età})$  o espressioni equivalenti.25)  $35^\circ\text{C}$ ; A

26) D 27) B 28) C 29) B 30a) D; 30b): NO (lo si vede fattorizzando) 31) C

32a) La mamma 32b) La vera media è di 15 pagine al giorno

33a) B 33b) per 40, 80, 100, 120 kg 34) D

35a)

	Tot	FAVOREVOLI		CONTRARI	
		Numero	%	Numero	%
CAMPIONE 1	808	390	48,3	418	51,7
CAMPIONE 2	1120	790	70,5	330	29,5
CAMPIONE 3	338	231	68,3	107	31,7

35b) Il Campione 3, perché è il più rappresentativo della popolazione

36) 3 4 1 2 37) D 38) C 39) A

40a) Il risultato, quando  $a=10$ , è sempre divisibile per 6 40b) B

41) 9

42) Si ritengono corretti, per la risposta, tutti i valori compresi fra 29 cm e 30 cm (inclusi)

43) No: la somma dei quadrati di 2 lati non è uguale al quadrato del  $3^\circ$ 44)  $\sqrt{28}$ 

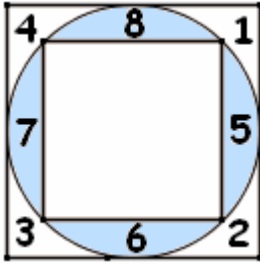
45) A(-1,1) B(-1,3) C(-5,3) D(-5, 1)

**PROBLEMI TRATTI DA [www.freepuzzles.com](http://www.freepuzzles.com)**

Questo è un sito davvero molto carino “*designed and implemented by Jimmie Dean, the president of Object Link Technology. He would like to promote the Internet usage by providing valuable contents to educators and young fellows. The original purposes were educational, recreational and non-profit. The target audience are teachers, faculty and students*”.

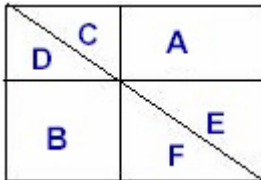
Non essendo riusciti a entrare in contatto con l’Autore, e avendo in comune con lui i “non-profit purposes”, ci siamo permessi di utilizzare alcuni fra i tanti quesiti che il sito mette a disposizione, confidando che la loro bellezza e simpatia sia di stimolo a visitarlo. I problemi, le cui soluzioni vengono spedite, a richiesta, a chi gratuitamente si iscrive, sono divisi per tipologie: Geometry, Logic, Math, Misc, Weight, Moves.

- **Geom001: Which area is larger? (Difficulty level: 1)**



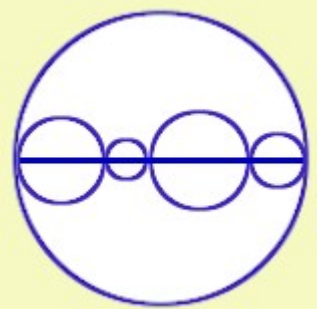
In this figure, which area is larger,  
Area 1 or Area 5?  
How much is the difference?

- **Geom002: Which rectangular area is larger? (Difficulty level: 1)**



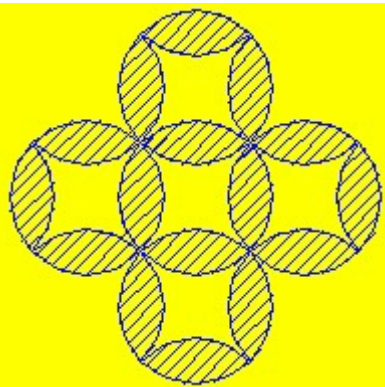
A line is drawn  
from top left corner to bottom right  
of the outermost rectangle.  
Area A and B are two rectangles.  
Which area is larger? Why?

- **Geom007: What is the perimeter of the 5 circles? (Difficulty level: 1)**



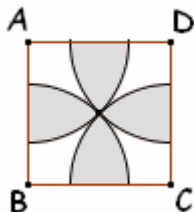
The diameter of the big circle is 40 inches.  
What is the total circumferences of all 5 circles?  
Assume the line segment passes  
through all the centers of the circles.

- **Geom012: How many square inches are in the shaded areas within 5 circles? (Difficulty level: 2)**



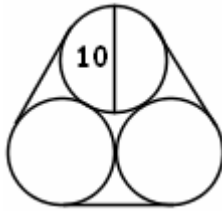
Assume the radius of one circle is 5 inches.  
How many square inches are in the shaded areas?

- **Geom014: 4 quarter circumferences tangent at the center of a square (Difficulty level: 2)**



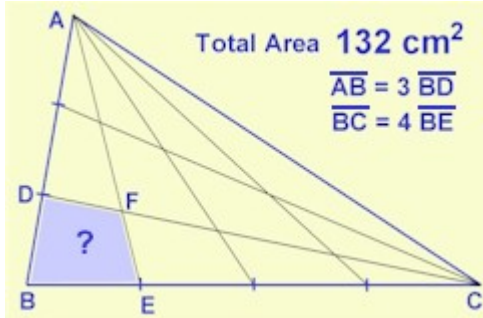
ABCD is a square with the length of 20 inches on each side.  
4 quarter circumferences are tangent  
at the center of the square.  
How many square inches are in the total shaded area?

- **Geom017:** How long is the rubber band? (Difficulty level: 2)



Three circles are bound together by a rubber band as shown in the figure.  
Assume the diameter of each circle is 10 cm;  
then how long is the rubber band if it is stretched as shown?

- **Geom025:** How big is quadrilateral DBEF? (Difficulty level: 2)



ABC is a general triangle and its area is equal to  $132 \text{ cm}^2$ .

The opposite side of edge A is divided in 4 equal parts and the opposite side of edge C in 3 equal parts. Straight lines join the point A to each quarter of line BC. Likewise, from point B to each third of line AB. How big is the area of quadrilateral DBEF?

- **Math001:** Send more money! (Difficulty level: 2)

SEND  
+ MORE  
-----  
MONEY

Janice Dean is a freshman in the University of North Texas. She has spent all the money for the fall semester. She knows that her father is a puzzle fan. So she mails her father a puzzle as shown. She knew her father should be able to resolve this puzzle easily and mail the MONEY to her. Do you know how much money she will be receiving from her father?

- **Math011:** Five 5s to make it 100 (Difficulty level: 2)

5 5 5 5 5 = 100

There are five 5s. Put any mathematical operator in the equation to make the target number of the equation equal to 100. There are at least 3 ways to make it. If you can make it more than 3 ways, you are a genius.

- **Math024:** Reverse the digit sequence by multiplying 7 (Difficulty level: 3)

ABCD  
x 7  
-----  
EDCBA

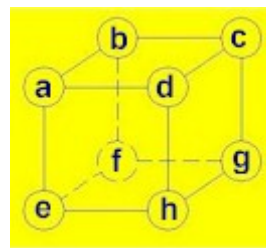
What a magic number 7 is! It can reverse the digit sequence of a 4 digit number. A, B, C, D and E are distinct single digit numbers. What is the 4 digit number ABCD?

- **Math032:** Where are the shots? (Difficulty level: 2)



John got a score of 100 out of 5 shots. All the shots were on target. Which targets did the shots land on?

- Math037:** Make the sum of each face the same (Difficulty level: 2)



Fill in numbers 1 through 8 into the circles to make the sum of each face the same.

- **Math033:** Squares magic (Difficulty level: 2)

$$(30 + 25)^2 = 3025$$

If we break the number 3025 into 2 parts: 30 and 25, then the square of  $(30 + 25)$  equals 3025 (as shown in the figure). Two more numbers share the same property. Can you find what the numbers are?

- **Math040:** WRONG + WRONG = RIGHT (Difficulty level: 2)

WRONG  
+WRONG  
-----  
RIGHT

Can you believe this? Just like a double negative becomes positive, WRONG plus WRONG becomes RIGHT! Every letter represents a distinct digit. What is WRONG? and what is RIGHT? (There is more than one answer)

- **Math081: Magic square of products instead of sums (Difficulty level: 2)**

8	1	6
3	5	7
4	9	2

The image shows the normal magic square with numbers from 1 to 9. The sum of each row, column, and diagonal is 15. Can you make a three by three magic square in which the product of each row, column, and diagonal is 1000? In each square you should have a different number.

- **Math090: Bull, cow and calf (Difficulty level: 1)**



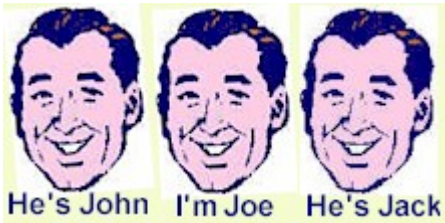
Long time ago, a rancher spent \$100.00 and bought 100 animals. There were 3 kind of animals he bought: each Bull cost him \$10.00, each Cow cost him \$5.00 and each Calf cost him \$0.50. How many he bought for each kind of animal?

- **Logic001: Gentlemen and Ties (Difficulty level: 1)**

There are 3 gentlemen in a meeting: Mr. Yellow, Mr. Green and Mr. Brown. They are wearing yellow, green and brown ties.

Mr. Yellow says: "Did you notice that the color of our ties are different from our names?" The person who is wearing the green tie says, "Yes, you are right!" Do you know who is wearing what color of tie?

- **Logic002: Triplet Brothers (Difficulty level: 1)**



There are 3 triplet brothers. They look identical. The oldest is John, he always tells the truth. The second is Jack, he always tells a lie. The third is Joe, he either tells the truth or a lie. Jimmie Dean went to visit them one day. He was wondering who was who. So he asked each person a question.

He asked the one who was sitting on the left:

"Who is the guy sitting in the middle?". The answer was "He is John."

He asked the one who was sitting in the middle:

"What is your name?". The answer was "I am Joe."

He asked the one who was sitting on the right:

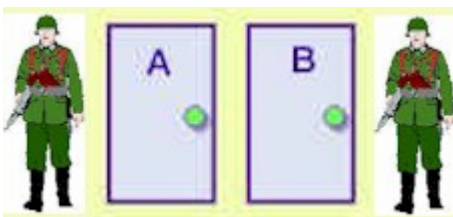
"What is the guy sitting in the middle?". The answer was "He is Jack."

Jimmie Dean got really confused.

Basically, he asked 3 same questions, but he got 3 different answers.

Would you find out who is who for Jimmie?

- **Logic003: Life door or Death door (Difficulty level: 3)**



There is a prisoner who is about to be executed. The king decides to give him one last chance to live. There are 2 doors, the life door and the death door. There is one guard standing by each door. Those two guards know which door is the life door and which is the death door. However, one of them always tells the truth and the other always tells a lie.

There is no way you can identify which door is the life door or the death door.

There is no way you can distinguish who is the one telling the truth.

The prisoner can only ask one guard one question. Then he needs to choose a door to walk in.

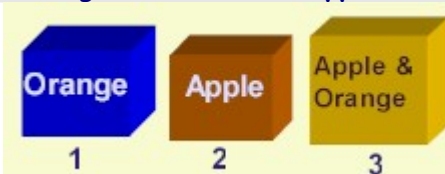
If he walks in the death door, then he will be executed.

If he walks in the life door, he can have a new life.

He did choose the life door and lived. What was the question he asked?

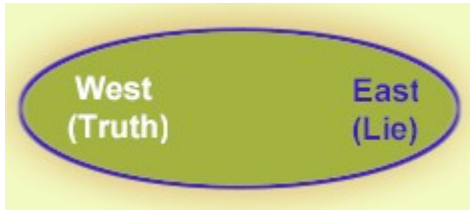
How did he choose the door after he got the answer from one of the guards?

- **Logic004: Boxes of Apples and Oranges (Difficulty level: 2)**



All 3 boxes with labels are COMPLETELY mislabeled. You will be allowed to take only one piece of fruit from one of the boxes to examine it. Which box would you choose? How do you correctly re-label all three boxes?

- Logic005: Did he tell the truth? (Difficulty level: 1)



Jimmie Dean visited an island.  
There were 2 tribes living on this island.  
The east tribal people always tell a lie.  
The west tribal people always tell the truth.  
Jimmie Dean saw a guy passing him.  
He asked the tour guide to ask that guy where he lives.  
The tour guide asked the guy and came back with the answer:  
he lives over west.  
Did the tour guide tell the truth or tell a lie?

- Logic013: How old are they? (Difficulty level: 2)



$$A \times B \times C = 36$$

$$A + B + C = ?$$

The investigator asked Jaclyn about her children.  
Jaclyn said "I have 3 daughters, Alice, Betty, and Cindy.  
The product of their ages is 36.  
The sum of their ages is the same as the street number  
of our next door neighbor."  
The investigator went next door and came back and said:  
"Still not enough information".  
Jaclyn said:  
"Oh, I forgot to tell you that my oldest daughter is now in school".  
The investigator found out the ages of her daughters immediately.  
Do you know their ages?

- Logic014: Who was the thief? (Difficulty level: 1)



There was a burglary in the Silver City jewelry store last Sunday.  
Three suspects: Robert, Scott, and Tommy  
were caught and questioned. Each person said,  
"One of the other two stole it. I did not do it."  
Later on the police found out that Tommy was lying  
and there was only one thief. Who was the thief?

- Logic016: Who stole the jewelry? (Difficulty level: 1)

There was a burglary in the Silver City jewelry store again on Tuesday. A famous jewel was stolen.  
Three suspects: Robert, Scott, and Tommy were caught and questioned.  
Robert said: I am innocent. Scott said: Tommy did not steal. Tommy said: I stole it.  
Later on, the police found out two of them lied. Who stole the jewel?

- Logic020: What is the color of the hat? (Difficulty level: 2)



Mrs. Harrison has 6 lovely hats, 3 blue, 2 yellow and one pink.  
Alice, Betty, Cindy and Debbie  
are lined up as shown in the figure.  
Mrs. Harrison help them put the hats on them  
so they will not see what color hat they have on.  
Alice can see what color of hats  
Betty, Cindy and Debbie are wearing.  
Betty can see what color of hats Cindy and Debbie are wearing.  
Cindy can see what color hat Debbie is wearing.  
Debbie can not see any of the hat colors.

Mrs. Harrison ask them what color of the hat they are wearing.  
Alice said she can not tell. Betty said she can not tell either. Cindy also can not tell. However,  
Debbie was able to tell what color she was wearing after knowing that everyone else could not tell.  
How did Debbie figure out what color she was wearing?

- Weight001: Which one is Heavier or Lighter? (Difficulty level: 2)

Among 12 identical looking golf balls there is one that is defective in weight.  
It is either heavier or lighter than the standard one. You have a balance.  
You can only weigh 3 times to find out which one is defective and whether it is heavier or lighter.

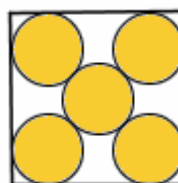
- Weight003: Which egg is lighter? (Difficulty level: 1)



Eight eggs look identical except one is lighter. How can you weigh  
only 2 times on a balance scale to find out which one is lighter?

**TESTO DEI “GIOCHI DI ARCHIMEDE” 2008 (clicca qui [⇨](#) per le risposte)**

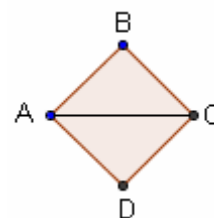
- 1) Su Giove si corre oggi la Grande Maratona, lunga 2008 chilometri, a cui partecipa l'80% degli abitanti del pianeta. Dopo due chilometri il 95% dei partecipanti si ritira; i restanti 2000 corridori arrivano al traguardo. Quanti abitanti ha Giove?  
 (A) 20 000 (B) 40 000 (C) 50 000 (D) 80 000 (E) 100 000
- 2) Un pilota vuole stabilire un nuovo record su un percorso di 50 km: percorrerlo alla velocità media di 100 km/h.  
 A causa di alcuni problemi tecnici impiega 40 minuti per percorrere i primi 25 km. A quale velocità deve percorrere il resto del percorso (andando a velocità costante) per riuscire nel suo intento?  
 (A) Nessuna velocità glielo consente (B) 50 km/h (C) 100 km/h (D) 150 km/h (E) 200 km/h
- 3) Alberto, Barbara e Clara giocano in un grande piazzale dove ci sono 2008 birilli. Alberto butta giù il triplo dei birilli buttati giù da Barbara, che a sua volta butta giù il doppio dei birilli buttati giù da Clara. Quanti birilli al massimo può aver buttato giù Alberto?  
 (A) 1321 (B) 1338 (C) 1342 (D) 1353 (E) 1362
- 4) Pietro e Paolo festeggiano il loro onomastico in pizzeria con i loro amici. Alla fine della cena il conto viene diviso in parti uguali tra tutti i presenti e ciascuno dovrebbe pagare 12 Euro. Con grande generosità, però, gli amici decidono di offrire la cena a Pietro e Paolo; il conto viene nuovamente diviso in parti uguali tra gli amici di Pietro e Paolo (cioè tutti i presenti esclusi Pietro e Paolo), e ciascuno di loro paga 16 Euro. Quanti sono gli amici di Pietro e Paolo?  
 (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 16
- 5) Su Marte, il Gran Ciambellano dell'Istruzione Marziana ha dichiarato che il prossimo anno scolastico ridurrà del 30% il numero dei maestri di scuola e che a coloro che rimarranno in servizio lo stipendio sarà aumentato del 35%. La spesa complessiva per gli stipendi dei maestri quindi:  
 (A) si ridurrà del 5,5% (B) si ridurrà del 5% (C) aumenterà del 5%  
 (D) resterà invariata (E) aumenterà del 7%
- 6) In un triangolo rettangolo ABC i cateti BC e CA misurano 7 cm e 24 cm rispettivamente. Sia H la proiezione di C sull'ipotenusa AB. Quanto vale il perimetro del triangolo HBC?  
 (A)  $\frac{262}{25}$  cm (B)  $\frac{501}{49}$  cm (C)  $\frac{392}{25}$  cm (D)  $\frac{801}{49}$  cm (E)  $\frac{412}{25}$  cm
- 7) La casa e la scuola di Pietro si trovano alle due estremità di una strada rettilinea. La mamma di Pietro esce di casa e si dirige verso la scuola nello stesso momento in cui Pietro esce da scuola e si dirige verso casa. La mamma di Pietro cammina a velocità doppia rispetto a Pietro. Quanta parte del cammino da casa a scuola avrà percorso la mamma di Pietro nel momento in cui lo incontra? (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{2}{5}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{2}{3}$  (E)  $\frac{3}{4}$
- 8) La mamma ha una sfoglia di pasta di forma quadrata di lato 40 cm da cui ritaglia 5 biscotti rotondi, tutti uguali tra loro, secondo lo schema in figura. Quanto misura il diametro di ciascun biscotto?  
 (A)  $40(\sqrt{2}-1)$  cm (B)  $10\sqrt{2}$  cm (C)  $20(\sqrt{2}-1)$  cm  
 (D) 16 cm (E)  $6(\sqrt{2}+1)$  cm



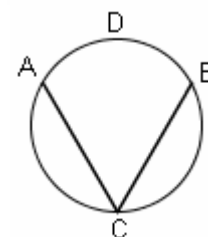
- 9) Quanti sono i numeri naturali di quattro cifre in cui compare una e una sola volta la cifra 5 ed essa è la cifra più grande presente nel numero?  
 (A) 225 (B) 400 (C) 425 (D) 525 (E) 600
- 10) In un quadrato ABCD di lato 1 cm, sono dati un punto M sul lato BC e un punto N sul lato CD tali che  $BM = ND$ . Si sa inoltre che l'area del triangolo AMN è pari a  $\frac{4}{9}$  cm<sup>2</sup>. Quanto vale la lunghezza del segmento ND?  
 (A)  $\frac{1}{4}$  cm (B)  $\frac{1}{3}$  cm (C)  $\frac{1}{2}$  cm (D)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  cm (E)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  cm
- 11) Quante sono le terne ordinate distinte  $(x, y, z)$  formate da numeri interi positivi (strettamente maggiori di zero) tali che  $x^2 + 2xy + y^2 - z^2 = 9$ ?  
 (A) Nessuna (B) due (C) tre (D) quattro (E) più di sei

- 12) Quanto fa  $0,\overline{60} + 0,\overline{70}$ ? (A)  $1,\overline{3}$  (B)  $1,\overline{30}$  (C)  $1,\overline{31}$  (D)  $1,\overline{4}$  (E)  $1,\overline{40}$
- 13) Quanti sono i numeri interi positivi multipli di almeno uno tra 5 e 7 e minori o uguali a 1000?  
(A) 288 (B) 302 (C) 314 (D) 342 (E) 382
- 14) In un sacchetto ci sono 20 palline e su ciascuna è scritto un numero intero compreso tra 0 e 10 (0 e 10 inclusi). Il numero scritto su ogni pallina se non è zero è la somma dei numeri scritti su tutte le altre palline. Allora le palline su cui è scritto zero sono:  
(A) non più di cinque (B) dieci (C) tredici (D) sedici (E) almeno diciotto

- 15) La figura a fianco è la pianta di un quartiere, i punti A, B, C e D sono le case e i segmenti sono le strade. Da quante delle quattro case è possibile partire per fare un percorso che passi una e una sola volta da ogni strada (passando eventualmente più di una volta per una stessa casa)?

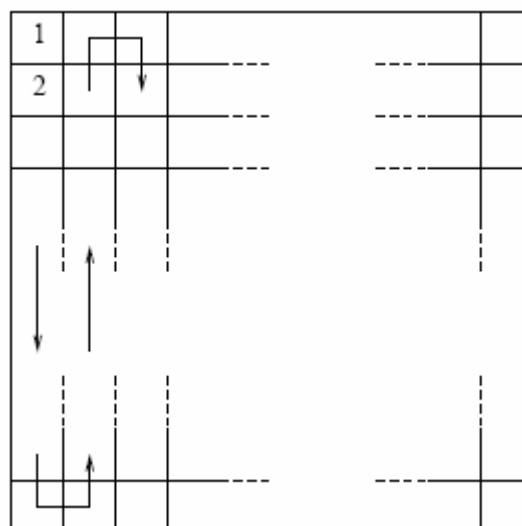


- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
- 16) Il raggio della circonferenza a fianco è di 5 cm; inoltre i punti A, B e C dividono la circonferenza in tre archi di uguale lunghezza. Calcolare l'area delimitata dalle corde AC e BC e dall'arco di estremi A e B contenente D.



- (A)  $25\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ cm}^2$  (B)  $25\left(\frac{\pi}{6} + \sqrt{3}\right) \text{ cm}^2$  (C)  $15\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ cm}^2$   
(D)  $\frac{25\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$  (E)  $\frac{25}{2}\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ cm}^2$

- 17) Le caselle di una scacchiera quadrata sono numerate come illustrato nella figura a fianco. Nella seconda colonna si trova la casella numero 38 e la casella della terza colonna che sta sulla sua stessa riga ha il numero 43. Quante caselle ha la scacchiera?  
(A) 144 (B) 160 (C) 225 (D) 400 (E) 625



- 18) In un rettangolo ABCD sia E un punto sul lato CD. Sapendo che l'area del triangolo ADE è un quinto dell'area del trapezio ABCE, calcolare il rapporto tra la lunghezza del segmento DC e quella del segmento DE.  
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

- 19) Un satellite munito di telecamera inviato sul pianeta Papilla ha permesso di stabilire che è falsa la convinzione di qualcuno che: "su Papilla sono tutti grassi e sporchi". Quindi adesso sappiamo che:  
(A) su Papilla almeno un abitante è magro e pulito  
(B) su Papilla tutti gli abitanti sono magri e puliti  
(C) almeno un abitante di Papilla è magro  
(D) almeno un abitante di Papilla è pulito  
(E) se su Papilla tutti gli abitanti sono sporchi, almeno uno di loro è magro

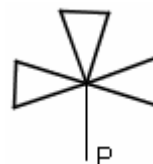
- 20) La Polisportiva "I tropici" ha organizzato un torneo di calcio a cui partecipano 3 squadre ciascuna composta da 15 giocatori (riserve comprese) con maglie numerate da 1 a 15. La notte prima delle partite ha nevicato e per poter giocare è necessario spalare la neve dal campo. Viene deciso allora di nominare un gruppo di 3 spalatori scegliendo un giocatore per squadra in modo che non ci siano due giocatori con lo stesso numero di maglia. In quanti modi diversi può essere formato il gruppo degli spalatori?  
(A) 48 (B) 455 (C) 1125 (D) 2730 (E) 3375



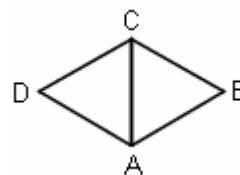
TESTO DEI "GIOCHI DI ARCHIMEDE" 2009 (clicca qui [⇨](#) per le risposte)

- 1) Quale dei seguenti numeri è un divisore di  $3^5 \cdot 4^4 \cdot 5^3$ ?  
 (A) 42 (B) 45 (C) 52 (D) 85 (E) 105
- 2) La ruota anteriore della bicicletta di Chiara ha il raggio di 28 cm, la ruota posteriore di 16 cm. Al termine di una gita in bicicletta la ruota anteriore ha fatto 10000 giri; quanti ne ha fatti la ruota posteriore nella stessa gita?  
 (A) 12000 (B) 14500 (C) 17500 (D) 19000 (E) 21000
- 3) La nonna ha un sacchetto di caramelle che vuol dare alle sue nipoti: Ada, Bice, Clelia e Delia. Ada prende sette caramelle e lo stesso fanno Bice e Clelia; a questo punto nel sacchetto restano alcune caramelle, che vengono prese da Delia, ma sono meno di sette. Allora Ada, Bice e Clelia danno alcune delle loro caramelle a Delia (ciascuna lo stesso numero) in modo che tutte e quattro abbiano lo stesso numero di caramelle. Quante caramelle riceve Delia da ciascuna delle altre tre?  
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
- 4) Una pulce si trova sul numero 12 del quadrante di un orologio. Sceglie un numero naturale  $n$  compreso tra 1 e 12, estremi inclusi, e comincia a fare salti di  $n$  numeri sul quadrante, in senso orario (se ad esempio  $n = 3$ , dopo il primo salto è sul 3, dopo il secondo è sul 6 e così via). Dopo 12 salti, per la prima volta si ritrova sul numero 12 del quadrante. In quanti modi distinti può aver scelto  $n$ ?  
 (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 12
- 5) Disegno un triangolo equilatero e un esagono regolare inscritti nella stessa circonferenza. Qual è il rapporto tra l'area del triangolo e quella dell'esagono?  
 (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (E)  $\frac{1}{6}$
- 6) Nella griglia a fianco  $x$  è un numero da determinare. Si sa che è possibile scrivere un numero in ogni cella vuota della griglia in modo che la somma dei tre numeri che si trovano su qualunque riga, colonna o diagonale, sia sempre la stessa. Allora  $x$  vale:  
 (A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) 6 (E) 9
- |     |   |   |
|-----|---|---|
|     |   | 6 |
|     |   |   |
| $x$ | 4 | 5 |
- 7) Nella città di Nonfumo gli unici negozi sono tabaccherie e latterie. L'anno scorso le tabaccherie erano  $\frac{2}{3}$  delle latterie; quest'anno due tabaccherie sono diventate latterie cosicché ora le tabaccherie sono solo  $\frac{9}{16}$  delle latterie (dall'anno scorso a quest'anno il numero complessivo dei negozi di Nonfumo è rimasto lo stesso). Quante latterie c'erano l'anno scorso a Nonfumo?  
 (A) 12 (B) 16 (C) 20 (D) 30 (E) 60
- 8) Ciro ha davanti a sé un foglio con disegnato un pentagono regolare ABCDE, e due pennarelli di colori diversi. Vuole colorare tutti i vertici del pentagono usando solo due pennarelli che ha, in modo che la colorazione finale non abbia nessun asse di simmetria. In quanti modi distinti può farlo?  
 (A) Uno (B) due (C) quattro (D) cinque (E) nessuno
- 9) ABC è un triangolo isoscele con  $AB = AC$ . D è un punto del lato AB tale che CD sia la bisettrice dell'angolo  $\widehat{ACB}$ . Sapendo che  $CB = CD$ , quanto misura l'angolo  $\widehat{ADC}$ ?  
 (A)  $90^\circ$  (B)  $108^\circ$  (C)  $120^\circ$  (D)  $144^\circ$  (E)  $155^\circ$
- 10) Quanti quadrati perfetti dividono 1600? [Un quadrato perfetto è un numero del tipo  $n^2$ , con  $n$  numero naturale. 1, 4, 9, 16, sono esempi di quadrati perfetti.]  
 (A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) 10 (E) 12
- 11) La piccola Rita fa questo gioco: per ogni numero intero compreso tra 10 e 99, estremi inclusi, sottrae la cifra delle unità da quella delle decine e scrive il risultato su un foglio (ad esempio per 21 scrive 1, cioè  $2 - 1$ , mentre per 37 scrive  $-4$ , cioè  $3 - 7$ ). Alla fine somma tutti i numeri che ha scritto sul foglio; quale risultato trova?  
 (A) 0 (B)  $-30$  (C) 45 (D)  $-50$  (E) 100

- 12) In quanti modi distinti posso disegnare la figura a fianco partendo da P, senza mai staccare la penna dal foglio e senza passare più di una volta da nessun punto eccettuato il vertice comune ai tre triangoli?
- (A)  $2^4 \cdot 3$  (B)  $2^3 \cdot 3$  (C)  $2^4$  (D)  $2^2 \cdot 3^3$  (E)  $3^3$

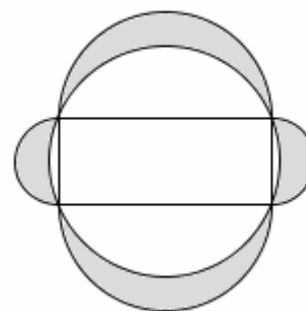


- 13) Nel rombo in figura, i triangoli ABC e ACD sono equilateri ed hanno lato di lunghezza 1 m. Se ruotiamo il rombo di  $60^\circ$  rispetto al vertice A, qual è l'area della superficie coperta dal rombo nella rotazione?
- (A)  $\frac{\pi}{2} \text{ m}^2$  (B)  $1 \text{ m}^2$  (C)  $\pi \text{ m}^2$  (D)  $\frac{\pi}{3} \text{ m}^2$  (E)  $2 \text{ m}^2$



- 14) Ziggy ha rotto alcune delle nove corde della sua chitarra marziana. Le corde sono numerate da 1 a 9; la prima costa una Sterlina Marziana e ciascuna delle altre costa il doppio di quella che ha il numero precedente. Dopo un rapido conto, Ziggy calcola che dovrà spendere 158 Sterline Marziane per comprare le corde nuove. Quante sono le corde rotte?
- (A) Una (B) tre (C) quattro (D) cinque (E) sette
- 15) La professoressa di Italiano entra in una classe di 24 studenti, tutti presenti, per un'ora di interrogazione. Decide di interrogare gli studenti a cui corrisponde sul registro un numero  $n$  che sia primo e tale che anche  $n^3 + 3$  sia primo. Quanti studenti interroga?
- (A) Uno (B) tre (C) quattro (D) sette (E) nove
- 16) Una moneta d'oro è circondata da quattro monete d'argento uguali tra loro. Ogni moneta d'argento è tangente alla moneta d'oro e a due monete d'argento. Trovare il rapporto tra il raggio della moneta d'oro e quello delle monete d'argento.
- (A)  $\frac{1}{4}$  (B)  $\sqrt{2} - 1$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (E) 1
- 17)  $a$  e  $b$  sono due numeri maggiori o uguali a zero. Sappiamo che:  $a^3 + a < b - b^3$ . Qual è l'ordine corretto tra i tre numeri  $a$ ,  $b$  e 1?
- (A)  $b < a < 1$  (B)  $a = b = 1$  (C)  $a < 1 < b$  (D)  $a < b < 1$  (E)  $1 < a < b$
- 18) Carla si è dimenticata la password di accensione del suo nuovissimo computer! Si ricorda però che è una sequenza di 4 vocali, non necessariamente distinte, di cui due sono maiuscole e due sono minuscole. Quante password diverse deve provare Carla, al massimo, per accendere il computer?
- (A)  $3 \cdot 5^4$  (B)  $5^5$  (C)  $6 \cdot 5^4$  (D)  $5^6$  (E)  $3 \cdot 5^6$

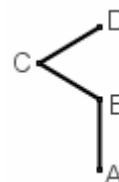
- 19) Disegniamo un rettangolo di lati 5 cm e 12 cm, la circonferenza in cui è inscritto e le semicirconferenze che hanno per diametro i lati del rettangolo e sono esterne ad esso, come indicato nella figura a fianco. Qual è l'area della parte ombreggiata?



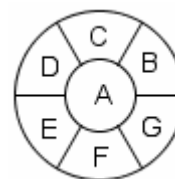
- (A)  $45 \text{ cm}^2$  (B)  $13\pi \text{ cm}^2$  (C)  $19\pi \text{ cm}^2$   
(D)  $60 \text{ cm}^2$  (E)  $20\pi \text{ cm}^2$
- 20) Quattro amici, Anna, Bea, Caio e Dino, giocano a poker con 20 carte di uno stesso mazzo: i quattro re, le quattro regine, i quattro fanti, i quattro assi e i quattro dieci. Vengono distribuite cinque carte a testa. Anna dice: "Io ho un poker!" (quattro carte dello stesso valore). Bea dice: "Io ho tutte e cinque le carte di cuori". Caio dice: "Io ho cinque carte rosse". Infine Dino dice: "Io ho tre carte di uno stesso valore e anche le altre due hanno tra loro lo stesso valore". Sappiamo che una e una sola delle affermazioni è falsa; chi sta mentendo?
- (A) Anna (B) Bea (C) Caio (D) Dino (E) non è possibile determinarlo

TESTO DEI "GIOCHI DI ARCHIMEDE" 2010 (clicca qui [⇨](#) per le risposte)

- 1) Quanti lunedì possono esserci al massimo in 45 giorni consecutivi?  
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9
- 2) Emilio prende al buio dei calzini da una cesta in cui ci sono: 6 calzini neri, 14 calzini blu e 8 calzini verdi. Per essere sicuro che tra i calzini che ha preso ce ne siano due dello stesso colore, il numero minimo di calzini che deve prendere è:  
(A) 3 (B) 4 (C) 9 (D) 15 (E) 21
- 3) La figura a fianco rappresenta il tragitto fatto da Pluto per andare dalla sua cuccia, posta in A, al bar, posto in D. I tre segmenti AB, BC e CD sono lunghi 100 metri ciascuno. Se l'angolo  $\widehat{ABC}$  (interno al triangolo ABC) è di  $120^\circ$  e l'angolo  $\widehat{BCD}$  (interno al triangolo BCD) è di  $60^\circ$ , quanto dista in linea retta il bar dalla cuccia?  
(A) 100 m (B)  $100\sqrt{3}$  m (C) 200 m (D) 330 m (E)  $200\sqrt{3}$  m



- 4) Quale fra queste serie di disuguaglianze è corretta?  
(A)  $2\sqrt{2} < \sqrt{10} < \sqrt{5} + \sqrt{3}$   
(B)  $\sqrt{5} + \sqrt{3} < 2\sqrt{2} < \sqrt{10}$   
(C)  $2\sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{3} < \sqrt{10}$   
(D)  $\sqrt{10} < 2\sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{3}$   
(E)  $\sqrt{5} + \sqrt{3} < \sqrt{10} < 2\sqrt{2}$
- 5) Matilde vuole regalare una margherita di cartone alla sua mamma. Ritaglia un cerchio giallo e lo mette al centro. Poi ritaglia alcuni cerchi bianchi, dello stesso raggio del cerchio giallo, per fare i petali. Dispone i petali nel modo seguente: il primo tangente esternamente al cerchio giallo, il secondo tangente esternamente al cerchio giallo e al primo petalo, e così via fino a completare il giro con l'ultimo petalo che è tangente al penultimo e al primo petalo, e al cerchio giallo. Quanti petali ha la margherita?  
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6  
(E) questa disposizione è impossibile: l'ultimo petalo si sovrappone necessariamente al primo
- 6)  $a$ ,  $b$  e  $c$  sono numeri reali tali che comunque se ne scelgano due la loro somma è maggiore o uguale a zero. Quale delle seguenti affermazioni è certamente vera?  
(A)  $a \cdot b \cdot c \geq 0$   
(B) almeno uno dei tre numeri è zero  
(C) almeno uno dei tre numeri è strettamente minore di zero  
(D)  $a$ ,  $b$  e  $c$  sono tutti maggiori o uguali a zero  
(E)  $a + b + c \geq 0$
- 7) Concetta immagina un mondo piatto e tondo, e lo divide in sette stati, uno centrale e gli altri sei intorno a questo, come indicato nella figura a fianco. Inoltre a ciascuno stato assegna come nome una lettera (vedi figura). Vuole colorare ciascuno stato di rosso, oppure di verde, oppure di giallo, in modo che due stati confinanti non abbiano lo stesso colore. In quanti modi diversi può farlo?  
(A) Nessuno (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 6



- 8) Alberto cammina da A a B e poi (senza fermarsi in B) torna ad A; Barbara cammina da B ad A e poi (senza fermarsi in A) torna a B. Entrambi si muovono in linea retta, con velocità costante (ma le due velocità non sono necessariamente uguali). Partono nello stesso istante, e si incontrano una prima volta, all'andata, a 700 metri da B, e una seconda volta, mentre Alberto sta andando da B ad A e Barbara da A a B, a 400 metri da A. Quanto dista A da B?  
(A) 900 metri (B) 1100 metri (C) 1700 metri (D) 2000 metri (E) non si può determinare
- 9) Luca scrive sulla lavagna tutti i numeri pari consecutivi da 2 e 2010 (compresi). Poi Giovanni cancella tutti i numeri che sono multipli di tre. Quanti numeri rimangono?  
(A) 670 (B) 710 (C) 840 (D) 905 (E) 1005

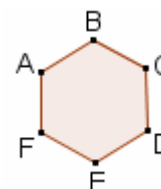
- 10) Silvano, l'uomo più ricco di Nettuno, possiede un'autostrada con molte corsie.  
In un momento di prosperità decide di aumentare il numero di corsie del 60%. Successivamente, a causa di un'antica legge del pianeta, deve ridurre il numero di corsie di una certa percentuale X. Dopo averlo fatto si ritrova con lo stesso numero di corsie che aveva all'inizio. Quanto vale X?  
(A) 15% (B) 21,5% (C) 28% (D) 37,5% (E) 60%

- 11) In un triangolo due angoli misurano rispettivamente  $30^\circ$  e  $105^\circ$  ed il lato tra essi compreso è lungo 2 cm. Qual è la misura del perimetro del triangolo?  
(A)  $(5 + \sqrt{3})$  cm  
(B)  $(2 + 2\sqrt{3} + \sqrt{2})$  cm  
(C)  $(3 + \sqrt{3} + \sqrt{2})$  cm  
(D)  $(5 + \sqrt{2})$  cm  
(E)  $(2 + 3\sqrt{3})$  cm

- 12) Quanto vale la somma:  $1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + \dots + 35 + 35 + 36$ ?  
(A) 990 (B) 1105 (C) 1295 (D) 1395 (E) 1505

- 13) Scriviamo tutti i numeri naturali da 1 a 2010 (compresi) uno di seguito all'altro in modo da formare un nuovo numero naturale; quante cifre ha questo numero?  
(A) 2010 (B) 3540 (C) 5225 (D) 6933 (E) 7253

- 14) ABCDEF è un esagono regolare di lato 1 cm.  
G è il punto di intersezione tra le diagonali AC e BE.  
Quanto vale l'area del triangolo ABG?

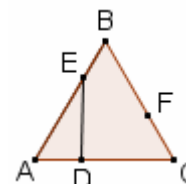


- (A)  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$  cm<sup>2</sup> (B)  $\frac{\sqrt{3}}{8}$  cm<sup>2</sup> (C)  $\frac{9}{40}$  cm<sup>2</sup> (D)  $\frac{1+\sqrt{3}}{12}$  cm<sup>2</sup> (E)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  cm<sup>2</sup>

- 15) Quante cifre ha il numero  $(112233445566778899)/11$ ?  
(A) 9 (B) 13 (C) 17 (D) 19 (E) 23

- 16) Quanti sono i numeri naturali di quattro cifre, tali che la cifra delle unità sia la somma della cifra delle decine e di quella delle centinaia?  
(A) 315 (B) 495 (C) 540 (D) 720 (E) 900

- 17) In un triangolo equilatero ABC con lato di lunghezza 3 m, prendiamo i punti D, E e F sui lati AC, AB e BC rispettivamente, in modo che i segmenti AD e FC misurino 1 m e il segmento DE sia perpendicolare a AC. Quanto misura l'area del triangolo DEF?



- (A)  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$  m<sup>2</sup> (B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  m<sup>2</sup> (C)  $3\sqrt{3}$  m<sup>2</sup> (D)  $\frac{3}{2}$  m<sup>2</sup> (E)  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$  m<sup>2</sup>

- 18) Un celebre investigatore sta cercando il colpevole di un omicidio tra cinque sospettati: Anna, Bruno, Cecilia, Dario ed Enrico.  
Egli sa che il colpevole mente sempre e gli altri dicono sempre la verità.  
Anna afferma: "Il colpevole è un maschio!".  
Cecilia dice: "E' stata Anna oppure è stato Enrico".  
Infine Enrico dice: "Se Bruno è colpevole allora Anna è innocente".  
Chi ha commesso l'omicidio?

- (A) Anna (B) Bruno (C) Cecilia (D) Dario (E) Enrico

- 19) Quante coppie  $(x, y)$ , formate da numeri interi strettamente maggiori di 1, sono tali che:  
 $x^2 + y = xy + 1$ ?

- (A) Nessuna (B) una (C) due (D) tre (E) più di quattro

- 20) Ciro taglia un triangolo equilatero fatto di carta, di lato 20 cm, in alcuni pezzi che poi dispone sul suo tavolo in modo che non si sovrappongano e che formino un quadrato. Quanto è lungo il lato del quadrato?

- (A) 20 cm (B)  $10\sqrt[4]{3}$  cm (C) 15 cm (D)  $8\sqrt{2}$  cm (E)  $10\sqrt{3}$  cm

TESTO DEI "GIOCHI DI ARCHIMEDE" 2003 (clicca qui  $\Rightarrow$  per le risposte)

- 1) Quanto fa  $0,032/0,8$ ?  
 (A) 0,0004 (B) 0,004 (C) 0,04 (D) 0,4 (E) 400
- 2) Qual è il più grande degli interi positivi  $n$  tali che la media aritmetica dei numeri da 1 a  $n$  sia  $< 2003$ ?  
 (Nota: la media aritmetica di  $n$  numeri è uguale alla loro somma divisa per  $n$ )  
 (A) 2002 (B) 2003 (C) 4003 (D) 4004 (E) 4005
- 3) Sia dato un quadrato ABCD di lato unitario e sia P un punto interno ad esso tale che l'angolo  $\widehat{APB}$  misuri  $75^\circ$ . La somma delle aree dei triangoli ABP e CDP è:  
 (A) 1 (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D) non si può determinare (E) nessuna delle precedenti è corretta
- 4) Si vogliono colorare le nove caselle di una scacchiera  $3 \times 3$  in modo tale che ogni riga, ogni colonna e ognuna delle due diagonali non contengano più caselle dello stesso colore.  
 Qual è il minimo numero di colori necessario?  
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7
- 5) Un gelataio prepara 20 kg di gelato e lo rivende nel corso della giornata in coni piccoli da 1,20 euro di due palline e coni grandi da 1,60 euro di tre palline. Da ogni kg di gelato ha ricavato 12 palline; alla fine della giornata, ha incassato in totale 137,60 euro. Quanti coni grandi ha venduto?  
 (A) 17 (B) 24 (C) 32 (D) 43 (E) 50
- 6) Un venditore di palloncini ha a disposizione due bombole di elio uguali e dei palloncini piccoli e grandi. Utilizza tutta la prima bombola per gonfiare 80 palloncini piccoli, tutti alla stessa pressione. Considerato che da gonfi i palloncini grandi hanno la stessa forma e la stessa pressione dei piccoli, ma una superficie 4 volte più grande, quanti palloncini grandi può riempire con la seconda bombola?  
 (A) 10 (B) 16 (C) 20 (D) 24 (E) 40
- 7) Ogni anno, al momento del pagamento delle tasse, l'utente fa una dichiarazione relativa all'anno in corso. Se la dichiarazione è vera, deve pagare le tasse; se è falsa, non le paga. Un giovane matematico, che ritiene il sistema iniquo, trova il modo di bloccarlo, con una delle seguenti dichiarazioni: quale?  
 (A) "I pesci vivono in acqua"  
 (B) "Io vivo in acqua"  
 (C) "I pesci non pagano le tasse"  
 (D) "Io non pago le tasse"  
 (E) "Io pago le tasse"
- 8) Il numero  $\frac{1}{(3+\sqrt{2})(2+\sqrt{3})(3-\sqrt{2})(2-\sqrt{3})}$  è:  
 (A) intero  
 (B) razionale positivo, ma non intero  
 (C) razionale negativo, ma non intero  
 (D) irrazionale positivo  
 (E) irrazionale negativo
- 9) Un parallelogramma di lati 1 e 2 ha un angolo di  $60^\circ$ . Quanto misura la sua diagonale minore?  
 (A)  $\sqrt{2}$  (B)  $\sqrt{3}$  (C)  $2\sqrt{2}$  (D)  $2\sqrt{3}$  (E)  $\frac{\sqrt{10}}{2}$
- 10) Il più grande numero primo palindromo con un numero pari di cifre ha  
 (A) 2 cifre (B) 4 cifre (C) 10 cifre  
 (D) non esistono numeri con queste proprietà  
 (E) esistono numeri grandi a piacere con queste proprietà  
 Nota: un numero si dice palindromo se può essere letto indifferentemente da sinistra a destra o da destra a sinistra. Per esempio, 141 e 2552 sono palindromi, mentre 1231 non lo è
- 11) Un parallelepipedo a base quadrata è inscritto in una sfera. Se il lato di base è  $\frac{1}{4}$  dell'altezza, quanto vale il rapporto tra la superficie della sfera e la superficie totale del parallelepipedo?  
 (A)  $\pi$  (B)  $\frac{\pi}{4}$  (C)  $2\pi$  (D)  $\frac{\pi}{2}$  (E) dipende dal raggio della sfera

- 12) Quattro ragazzi vogliono telefonare tutti contemporaneamente alle rispettive ragazze. Ogni cellulare può funzionare su quattro frequenze distinte. Se due cellulari si attivano sulla stessa frequenza la comunicazione cade. Se ogni ragazzo non sa che frequenza scelgono gli altri tre, qual è la probabilità che tutti e quattro riescano a parlare con le loro ragazze?  
 (A)  $\frac{3}{32}$  (B)  $\frac{3}{64}$  (C)  $\frac{1}{256}$  (D)  $\frac{1}{16}$  (E)  $\frac{9}{128}$
- 13) Giulio vuole stupire Damiano con le sue capacità divinatorie. Per questo gli fornisce un elenco di alcuni numeri di due cifre e gli dice di sceglierne uno. Giulio chiede a Damiano la somma delle cifre del numero, ed è così sicuro di poterlo indovinare. Al massimo da quanti numeri era composto l'elenco iniziale?  
 (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 17 (E) 18
- 14) 

In questo rettangolo c'è esattamente una affermazione falsa. In questo rettangolo ci sono esattamente due affermazioni false. In questo rettangolo ci sono esattamente tre affermazioni false. In questo rettangolo ci sono esattamente quattro affermazioni false.
--

 Quante affermazioni vere ci sono nel rettangolo?  
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
- 15) Quanti sono i numeri interi positivi  $n$  per i quali  $8n + 50$  è un multiplo di  $2n + 1$ ?  
 (A) Nessuno (B) 1 (C) 2 (D) 5 (E) 10.
- 16) Se  $p, q, r$  sono tre numeri reali,  $p \times (q + r) = (p \times q) + (p \times r)$  è sempre vero. In quali casi si ha anche  $p + (q \times r) = (p + q) \times (p + r)$ ?  
 (A) Se e solo se  $p = q = r = \frac{1}{3}$  oppure  $p = 0$   
 (B) se e solo se  $p = q = r$   
 (C) mai  
 (D) se e solo se  $p + q + r = 1$  oppure  $p = 0$   
 (E) se e solo se  $p = q = r = 0$
- 17) Sia data una stella a cinque punte inscritta in una circonferenza. Quanto vale la somma degli angoli con vertice nelle punte della stella?  
 (A)  $100^\circ$  (B)  $150^\circ$  (C)  $180^\circ$  (D)  $200^\circ$   
 (E) i dati a disposizione sono insufficienti.
- 18) Sono dati 6 punti disposti come nella figura a fianco. Quanti sono i possibili triangoli non degeneri che hanno i vertici in tre dei punti dati?  
 (A) 12 (B) 15 (C) 16 (D) 18 (E) 24.
- 19) Giovanni ha bevuto troppo e comincia a camminare in modo strano:  
 - fa 1 passo in avanti;  
 - poi si volta di  $90^\circ$  verso destra e fa 2 passi in avanti;  
 - poi si volta di  $90^\circ$  verso destra e fa 1 passo in avanti;  
 - poi si volta di  $90^\circ$  verso sinistra e fa 1 passo all'indietro;  
 - dopo di che ricomincia da capo.  
 Ogni passo è di 1 metro. Dopo 186 passi cade a terra svenuto. A quanti metri da dove era partito finisce la passeggiata di Giovanni?  
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D)  $\sqrt{5}$  (E) 4.
- 20) Dette  $a$  e  $b$  le aree delle figure in grigio, dire quale fra le seguenti relazioni è valida (tutti i cerchi piccoli hanno lo stesso raggio  $r$ , e i 4 tangenti a quello grande hanno i centri sui vertici di un quadrato).  
 (A)  $a < b$ , qualunque sia  $r$   
 (B)  $a = b$ , qualunque sia  $r$   
 (C)  $a > b$ , qualunque sia  $r$   
 (D)  $a < b$  oppure  $a = b$ , dipende dal valore di  $r$   
 (E)  $a > b$  oppure  $a = b$ , dipende dal valore di  $r$

