

CORREZIONE DEGLI ESERCIZI SULLE EQUAZIONI DI 2° GRADO

27)

$$(x+7)(x-7)+3(x+13)=0$$

$$x^2 - 49 + 3x + 39 = 0$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+40}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-3 \pm 7}{2} = \begin{cases} \frac{-10}{2} = \boxed{-5} \\ \frac{4}{2} = \boxed{2} \end{cases}$$

oppure:

$$\begin{aligned} x^2 + 3x - 10 &= 0 \\ (x+5)(x-2) &= 0 \\ x+5=0 \vee x-2=0 \\ x &= -5 \vee x = 2 \end{aligned}$$

28)

$$2(x+2) = x(5x+1)$$

$$2x+4 = 5x^2 + x$$

$$-5x^2 + 2x - x + 4 = 0$$

$$-5x^2 + x + 4 = 0 \text{ Coeff. di } x^2 \text{ negativo: conviene cambiare i segni!}$$

$$5x^2 - x - 4 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+80}}{10} = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{10} = \frac{1 \pm 9}{10} = \begin{cases} \frac{-8}{10} = \boxed{-\frac{4}{5}} \\ \frac{10}{10} = \boxed{1} \end{cases}$$

oppure:

$$\begin{aligned} 5x^2 - x - 4 &= 0 \\ 5x^2 - 5x + 4x - 4 &= 0 \\ 5x(x-1) + 4(x-1) &= 0 \\ (x-1)(5x+4) &= 0 \\ x-1=0 \vee 5x+4=0 \\ x &= 1 \vee x = -\frac{4}{5} \end{aligned}$$

30)

$$2x(x+3) = (3x+1)(3x-1)$$

$$2x^2 + 6x = 9x^2 - 1$$

$$-7x^2 + 6x + 1 = 0 \text{ Coeff. di } x^2 \text{ negativo: conviene cambiare i segni!}$$

$$7x^2 - 6x - 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36+28}}{14} = \frac{6 \pm \sqrt{64}}{14} = \frac{6 \pm 8}{14} = \begin{cases} \frac{-1}{7} = \boxed{-\frac{1}{7}} \\ \frac{7}{7} = \boxed{1} \end{cases}$$

formula ridotta

32)

$$(x+9)^2 - [(x+1)^2 + (x+8)^2] = 0$$

$$x^2 + 18x + 81 - (x^2 + 2x + 1 + x^2 + 16x + 64) = 0$$

$$\cancel{x^2} + 18x + 81 - \cancel{x^2} - 2x - 1 - \cancel{x^2} - 16x - 64 = 0$$

$$-x^2 + 16 = 0$$

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 = 16$$

$$\boxed{x = \pm 4}$$

33)

$$(2x+1)^2 + 8 = (4x-3)^2$$

$$4x^2 + 4x + 1 + 8 = 16x^2 - 24x + 9$$

$$4x^2 - 16x^2 + 4x + 24x = 0$$

$$-12x^2 + 28x = 0$$

$$\cancel{3}12x^2 - \cancel{28}7x = 0$$

$$x(3x-7) = 0$$

$$x = 0 \vee 3x - 7 = 0$$

$$\boxed{x = 0 \vee x = 7/3}$$

34)

$$3x(3x-8) = -16 \quad 9x^2 - 24x = -16 \quad 9x^2 - 24x + 16 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{9} = \frac{12 \pm \sqrt{0}}{9} = \frac{12 \pm 0}{9} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

formula ridotta

oppure:

$$9x^2 - 24x + 16 = 0$$

$$(3x-4)^2 = 0$$

$$3x-4 = 0$$

$$x = \frac{4}{3}$$

o semplicemente $x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{9} = \frac{12 \pm \sqrt{0}}{9} = \frac{12 \pm 0}{9} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

formula ridotta

35)

$$(x+3)^2 = (x+2)^2 + (x+4)^2$$

$$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 4x + 4 + x^2 + 8x + 16$$

$$-x^2 - 6x - 11 = 0$$

$$x^2 + 6x + 11 = 0$$

$$x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{9-11} \quad \boxed{\text{impossibile}} \quad (\Delta < 0)$$

37)

$$\frac{1}{4}x^2 - \frac{11}{24}x + \frac{1}{6} = 0$$

$$\frac{6x^2 - 11x + 4}{24} = \frac{0}{24} \quad (\text{potevo sbarazzarmi dei denominatori anche moltiplicando direttamente ciascun termine per 24...})$$

$$6x^2 - 11x + 4 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 96}}{12} = \frac{11 \pm \sqrt{25}}{12} =$$

$$= \frac{11 \pm 5}{12} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \\ \frac{16}{12} = \frac{4}{3} \end{array} \right.$$

SAREBBE STATO TEORICAMENTE POSSIBILE, MA ASSAI POCO CONVENIENTE, APPLICARE SUBITO LA FORMULA, CON COEFFICIENTI FRAZIONARI :

$$\frac{1}{4}x^2 - \frac{11}{24}x + \frac{1}{6} = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{\frac{11}{24} \pm \sqrt{\frac{121}{576} - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6}}}{2 \cdot \frac{1}{4}} =$$

$$= \frac{\frac{11}{24} \pm \sqrt{\frac{121}{576} - \frac{1}{6}}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{11}{24} \pm \sqrt{\frac{121-96}{576}}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{11}{24} \pm \sqrt{\frac{25}{576}}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{11}{24} \pm \frac{5}{24}}{\frac{1}{2}} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{6}{24} = \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{1}{2} \\ \frac{16}{24} = \frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{4}{3} \end{array} \right.$$

38)

$$\frac{5}{4}x^2 - \frac{x(x-5)}{2} = 0$$

$$\frac{5x^2 - 2x(x-5)}{4} = 0$$

$$5x^2 - 2x^2 + 10x = 0$$

$$3x^2 + 10x = 0$$

$$x(3x+10) = 0$$

$$\boxed{x=0} \vee 3x+10=0$$

$$\boxed{x = -\frac{10}{3}}$$

Si sarebbe potuto mandar via il denominatore **anche senza fare il denominatore comune:** bastava immaginare, dall'inizio, di moltiplicare per 4 entrambi i membri...

41)

$$x = \left(\frac{3x-1}{2}\right)^2 \quad x = \frac{9x^2 - 6x + 1}{4}$$

$$4x = 9x^2 - 6x + 1 \quad (\text{ottenuta moltiplicando per 4})$$

$$-9x^2 + 10x - 1 = 0 \quad \text{Coeff. di } x^2 \text{ negativo: conviene cambiare i segni!}$$

$$9x^2 - 10x + 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-9}}{9} = \frac{5 \pm \sqrt{16}}{9} = \frac{5 \pm 4}{9} = \left\langle \begin{array}{c} \boxed{\frac{1}{9}} \\ \boxed{\frac{1}{1}} \end{array} \right\rangle$$

formula ridotta

Anche per scomposizione in fattori:

$$9x^2 - 10x + 1 = 0$$

$$9x^2 - 9x - x + 1 = 0$$

$$9x(x-1) - (x-1) = 0$$

$$(x-1)(9x-1) = 0$$

$$x-1=0 \vee 9x-1=0$$

$$x=1 \vee x=1/9$$

42)

$$\frac{1}{8} \left[\frac{(4x-1)(4x+1)}{2} + 4x+1 \right] = x \quad \frac{1}{8} \left[\frac{16x^2-1}{2} + 4x+1 \right] = x$$

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{16x^2-1+8x+2}{2} = x \quad \frac{16x^2+8x+1}{16} = x$$

$$16x^2+8x+1=16x \quad (\text{ottenuta moltiplicando i due membri per 16})$$

$$16x^2-8x+1=0$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{16} = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{16} = \frac{4 \pm 0}{16} = \left\langle \begin{array}{c} \boxed{\frac{1}{4}} \\ \boxed{\frac{1}{4}} \end{array} \right\rangle$$

$$\text{o semplicemente } x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{16} = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{16} = \frac{1}{4}$$

oppure:

$$16x^2-8x+1=0$$

$$(4x-1)^2=0$$

$$4x-1=0$$

$$x=1/4$$

43)

$$\frac{(x+2)^2-1}{2} = (2x-3)(2x+3)+5$$

$$\frac{x^2+4x+4-1}{2} = 4x^2 \frac{-4}{-9+5}$$

$$x^2+4x+3=8x^2-8 \quad (\text{abbiamo moltiplicato per 2 ambo i membri})$$

$$x^2-8x^2+4x+3+8=0$$

$$-7x^2+4x+11=0 \quad \text{Coeff. di } x^2 \text{ negativo: conviene cambiare i segni!}$$

$$7x^2-4x-11=0$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+77}}{7} = \frac{2 \pm \sqrt{81}}{7} = \frac{2 \pm 9}{7} = \left\langle \begin{array}{c} \boxed{\frac{-1}{7}} \\ \boxed{\frac{11}{7}} \end{array} \right\rangle$$

45)

$$2 \cdot \frac{x^2}{x^2-1} + \frac{x+1}{x-1} = \frac{x}{x+1}$$

$$\frac{2x^2}{(x+1)(x-1)} + \frac{x+1}{x-1} = \frac{x}{x+1}$$

$$\frac{2x^2 + (x+1)^2}{\cancel{(x+1)(x-1)}} = \frac{x(x-1)}{\cancel{(x+1)(x-1)}} \quad x \neq \pm 1$$

$$2x^2 \cancel{+ x^2} + 2x + 1 = x^2 - x$$

$$2x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{4} = \frac{-3 \pm 1}{4} = \begin{cases} \frac{-4}{4} = \cancel{1} \text{ non acc.} \\ \frac{-2}{4} = \boxed{\frac{1}{2}} \end{cases}$$

46)

$$\frac{3x+4}{x^2+1} = 4$$

$$\frac{3x+4}{\cancel{x^2+1}} = \frac{4(x^2+1)}{\cancel{x^2+1}} \quad \text{NOTA}$$

$$3x \cancel{+ 4} = 4x^2 \cancel{+ 4}$$

$$-4x^2 + 3x = 0 \quad 4x^2 - 3x = 0$$

$$x(4x-3) = 0 \quad \boxed{x=0 \vee x=3/4}$$

NOTA

La condizione $x^2 + 1 \neq 0$ ($x^2 \neq -1$) è SEMPRE VERIFICATA:l'espressione $x^2 + 1$ non può annullarsi per nessun valore di x .

Quindi questa volta non c'è da porre nessuna condizione, all'atto di spedir via il denominatore.

48)

$$\frac{x-1}{x^2-5x+6} - \frac{1}{x^2-2x} = \frac{6}{x^2-3x}$$

$$\frac{(x-2)(x-3)}{x(x-2)} - \frac{1}{x(x-2)} = \frac{6}{x(x-3)}$$

$$\frac{x(x-1) - (x-3)}{\cancel{x(x-2)(x-3)}} = \frac{6(x-2)}{\cancel{x(x-2)(x-3)}} \quad x \neq 0, x \neq 2, x \neq 3$$

$$x^2 - x - x + 3 = 6x - 12$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16-15} = 4 \pm 1 = \begin{cases} \cancel{5} \text{ non acc.} \\ \boxed{5} \end{cases}$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x-3)(x-5) = 0$$

oppure: $x-3=0 \vee x-5=0$

$$\cancel{x=3} \vee x=5$$

non acc.

49)

$$\frac{x+5}{x} - \frac{x+4}{x-5} = -\frac{29}{x^3-5x^2}; \quad \frac{x+5}{x} - \frac{x+4}{x-5} = -\frac{29}{x^2(x-5)}$$

$$\frac{x(x-5)(x+5) - x^2(x+4)}{\cancel{x^2(x-5)}} = -\frac{29}{\cancel{x^2(x-5)}} \quad x^2 \neq 0 \text{ cioè } x \neq 0; \quad x \neq 5$$

$$x(x^2 - 25) - x^3 - 4x^2 = -29; \quad \cancel{x^3} - 25x \cancel{- x^3} - 4x^2 = -29; \quad -4x^2 - 25x + 29 = 0$$

$$4x^2 + 25x - 29 = 0; \quad 4x^2 + 29x - 4x - 29 = 0; \quad x(4x+29) - (4x+29) = 0;$$

$$(4x+29)(x-1) = 0 \quad \boxed{x = -\frac{29}{4}} \vee \boxed{x=1}$$

51)

$$\frac{x}{x-1} + x = 1$$

$$x \cdot \frac{x}{x-1} + x = 1 \quad x \neq 0 \text{ (NOTA)}$$

$$\frac{x^2 + x(x-1)}{\cancel{x-1}} = \frac{x-1}{\cancel{x-1}} \quad x \neq 1$$

$$x^2 + x^2 - x = x - 1$$

$$2x^2 - 2x + 1 = 0 \quad \boxed{\text{impossibile}} \quad (\Delta < 0)$$

NOTA

Qui occorre porre la condizione $x \neq 0$ Perché x , che inizialmente si trovava a denominatore, per effetto del capovolgimento è andata a finire a numeratore.

Si è in questo modo mandato via un denominatore, ma bisogna tener conto che inizialmente questo c'era.

57)

$$\frac{(x+2)^2}{x} = 4$$

$$(x+2)^2 = 4x \quad x \neq 0 \text{ (NOTA)}$$

$$x^2 + 4x + 4 = 4x$$

$$x^2 = -4 \quad \boxed{\text{impossibile}}$$

NOTA

Ci siamo sbarazzati

Del denominatore x moltiplicando per x :

va dunque posta

questa condizione,

perché x si trovava

inizialmente

a denominatore.

59)

$$\frac{2x+1}{6x+9} = \frac{2x-3}{4x-2}$$

$$\frac{2x+1}{3(2x+3)} = \frac{2x-3}{2(2x-1)}$$

$$\frac{2(2x-1)(2x+1)}{\cancel{6(2x+3)}(2x-1)} = \frac{3(2x+3)(2x-3)}{\cancel{6(2x+3)}(2x-1)}$$

$$2x+3 \neq 0, \quad x \neq -\frac{3}{2}$$

$$2x-1 \neq 0, \quad x \neq \frac{1}{2}$$

$$2(4x^2 - 1) = 3(4x^2 - 9)$$

$$8x^2 - 2 = 12x^2 - 27$$

$$-4x^2 = -25$$

$$4x^2 = 25$$

$$x^2 = \frac{25}{4}$$

$$x = \pm \frac{5}{2}$$

61)

$$\frac{4 \cdot \left(1 + \frac{x}{x+1}\right)}{x-2} = \frac{x+2}{2x^2+x-1}; \quad \frac{4 \cdot \frac{x+1+x}{x+1}}{x-2} = \frac{x+2}{2x^2+2x-x-1} \quad \frac{4(2x+1)}{(x+1)(x-2)} = \frac{x+2}{(x+1)(2x-1)}$$

$$\frac{4(2x+1)(2x-1)}{(x+1)(x-2)(\cancel{2x-1})} = \frac{(x+2)(x-2)}{(x+1)(\cancel{x-2})(2x-1)} \quad \left(x \neq -1, \quad x \neq 2, \quad x \neq \frac{1}{2}\right)$$

$$16x^2 \cancel{-4} = x^2 \cancel{-4}; \quad 15x^2 = 0; \quad x^2 = 0; \quad x_1 = x_2 = \boxed{0}$$

65)

$$\frac{x}{x-1} = \frac{(2x+1)(2x-1)}{x^2+x-2} - \frac{\frac{x}{2}}{\frac{1}{2}x+1}; \quad \frac{x}{x-1} = \frac{(2x+1)(2x-1)}{(x+2)(x-1)} - \frac{\frac{x}{2}}{\frac{x+2}{2}}$$

$$\frac{\cancel{x(x+2)}}{\cancel{(x+2)(x-1)}} = \frac{4x^2-1-x(x-1)}{(x+2)(x-1)} \quad x \neq -2, x \neq 1$$

$$x^2+2x = 4x^2-1-x^2+x$$

$$-2x^2+x+1=0 \quad 2x^2-x-1=0 \quad x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{1 \pm 3}{4} = \left\{ \begin{array}{l} \boxed{-\frac{1}{2}} \\ \text{non acc.} \end{array} \right.$$

66)

$$\frac{6}{x^3-3x^2-9x+27} - \frac{x+2}{\underbrace{x^3-5x^2+3x+9}_{\text{Ruffini...}}} = 0$$

$$\frac{6}{x^2(x-3)-9(x-3)} - \frac{x+2}{(x+1)(x-3)^2} = 0$$

$$\frac{6}{(x-3)(x^2-9)} - \frac{x+2}{(x+1)(x-3)^2} = 0$$

$$\frac{6}{(x-3)^2(x+3)} - \frac{x+2}{(x+1)(x-3)^2} = 0$$

$$\frac{6(x+1)-(x+3)(x+2)}{\cancel{(x-3)^2(x+3)}(x+1)} = 0 \quad (x \neq \pm 3, x \neq -1)$$

$$6x \cancel{+6} - x^2 - 2x - 3x \cancel{-6} = 0$$

$$-x^2+x=0$$

$$x^2-x=0$$

$$x(x-1)=0 \quad x = \boxed{0} \vee x = \boxed{1}$$

71)

$$\frac{4}{x^3-1} = \frac{x-1}{x^3+2x^2+2x+1}$$

$$\frac{4}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{x-1}{(x+1)(x^2-x+1)+2x(x+1)}$$

$$\frac{4}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{x-1}{(x+1)(x^2-x+1+2x)}$$

$$\frac{4}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{x-1}{(x+1)(x^2+x+1)}$$

$$\frac{4(x+1)}{\cancel{(x-1)(x^2+x+1)}(x+1)} = \frac{(x-1)^2}{\cancel{(x-1)(x^2+x+1)}(x+1)}$$

Condizione: $x \neq \pm 1$; x^2+x+1 non si può annullare ($\Delta < 0$)

$$4x+4 = x^2-2x+1$$

$$x^2-6x-3=0$$

$$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{9+3} = 3 \pm \sqrt{12} = \boxed{3 \pm 2\sqrt{3}}$$

72)

$$\frac{1}{x + \frac{2}{x} + 3} + 2 \cdot \frac{\frac{2}{x+2} - 1}{x-1} = 0$$

$$\frac{1}{x^2 + 2 + 3x} + 2 \cdot \frac{\cancel{2} - x \cancel{2}}{x+2} \cdot \frac{1}{x-1} = 0$$

$$\frac{x}{x^2 + 3x + 2} - \frac{2x}{(x+2)(x-1)} = 0 \quad (x \neq 0: \text{NOTA})$$

$$\frac{x}{(x+2)(x+1)} - \frac{2x}{(x+2)(x-1)} = 0$$

$$\frac{x(x-1) - 2x(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-1)} = 0 \quad (x \neq -2, x \neq \pm 1)$$

$$x^2 - x - 2x^2 - 2x = 0$$

$$-x^2 - 3x = 0 \quad x^2 + 3x = 0 \quad x(x+3) = 0$$

$$\cancel{x=0} \text{ non acc. } \vee x = \boxed{-3}$$

*NOTA - La condizione è dovuta al fatto
che x era inizialmente a denominatore
(si è poi spostata a numeratore
per il "capovolgimento")*