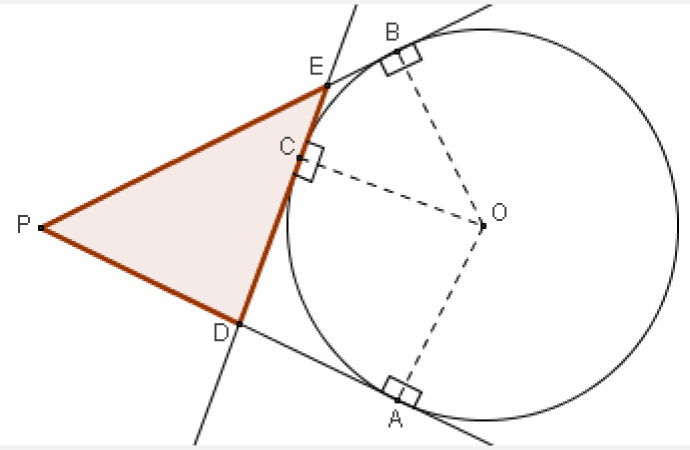
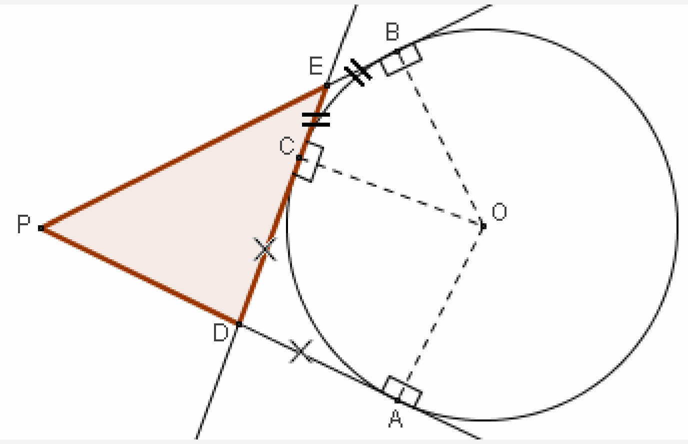
10) Siano PA e PB le due tangenti a una circonferenza condotte da un punto esterno P.
Sia C un punto arbitrario, preso sul più piccolo dei due archi di estremi A e B.
Si tracci la tangente in C e si indichino con D, E
i punti in cui questa tangente interseca PA e PB.
Dimostrare che il perimetro del triangolo PDE rimane costante, al variare del punto C.



HP PA, PB, DE tangenti

TH $2p(PDE) = \text{costante}$

DIM.



Si ha DC=DA perché segmenti di tangente per uno stesso punto esterno D.
Per lo stesso motivo, è pure EC=EB. Allora

$$\boxed{2p(PDE)} = PD + PE + DE = PD + PE + (DC + EC) =$$
$$= PD + PE + DA + EB = (PD + DA) + (PE + EB) =$$
$$= \boxed{PA + PB}$$

Ma i segmenti PA e PB non dipendono dalla posizione del punto "mobile" C;
sono elementi fissi della figura,
per cui la somma PA+PB si mantiene costante, indipendentemente da C:

$2p(PDE) = \text{costante}$, **c.v.d.**