

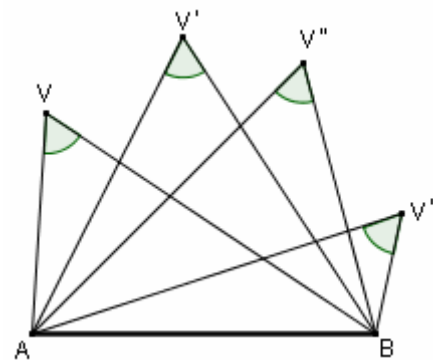
14) Se i punti  $V, V', V'', V''', \dots$   
 “vedono” un segmento dato  $AB$  “sotto lo stesso angolo”,  
 vale a dire: se

$\widehat{AVB} = \widehat{AV'B} = \widehat{AV''B} = \widehat{AV'''B} = \dots$ ,  
 allora i punti  $A, B, V, V', V'', V''', \dots$   
 stanno su di una stessa circonferenza.

( *Indicazione: dimostra, per assurdo,*  
*che la circonferenza passante per i tre punti  $A, B, V$ ,*  
*deve necessariamente passare anche per  $V'$*  )

**HP**  $\widehat{AVB} = \widehat{AV'B} = \widehat{AV''B} = \widehat{AV'''B} = \dots$ ;

**TH** i punti  $A, B, V, V', V'', V''', \dots$   
 stanno su di una stessa circonferenza.

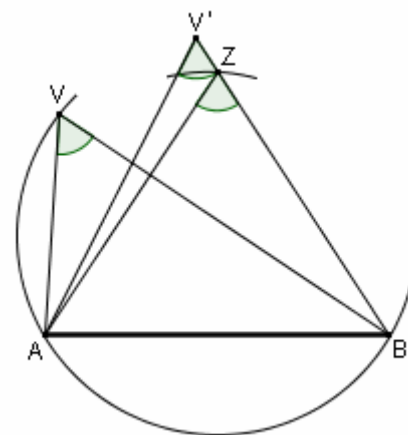


**DIM.**

Come è noto, per tre punti distinti non allineati  
 passa sempre una, e una sola, circonferenza.

Consideriamo dunque la circonferenza passante  
 per la terna di punti  $A, B, V$   
 e supponiamo, per assurdo, che NON passi per  $V'$ .

Allora tale circonferenza andrebbe a intersecare  
 la retta  $BV'$  in un punto  $Z$ , distinto da  $V'$   
 (per il ragionamento è irrilevante se questo punto  $Z$   
 si trovi sul segmento  $BV'$  o sul suo prolungamento).



Ma che accadrebbe allora?

Accadrebbe che i due angoli  $\widehat{AVB}$  e  $\widehat{AZB}$ ,  
 in quanto angoli alla circonferenza che insistono su di uno stesso arco, sarebbero uguali,  
 dunque si avrebbe  $\boxed{\widehat{AZB}} = \widehat{AVB} \stackrel{\text{HP}}{=} \boxed{\widehat{AV'B}}$ .

E ci troveremmo di fronte, con riferimento al triangolo  $AZV'$ ,  
 ad un angolo esterno uguale a un interno non adiacente,  
 in contraddizione col Teorema dell'Angolo Esterno.

L'assurdo trovato dimostra che la circonferenza passante per  $A, B$  e  $V$   
 deve necessariamente passare anche per  $V'$ ;  
 e ragionando allo stesso modo si potrebbe mostrare che la stessa circonferenza  
 deve passare pure per  $V'', V''', \dots$

La tesi è dimostrata:

esiste un'unica circonferenza, passante per tutti questi punti  $A, B, V, V', V'', V''', \dots$