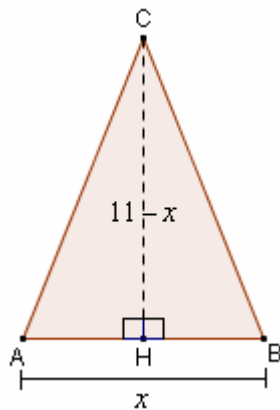


□ **PROBLEMI GEOMETRICI CON EQUAZIONE RISOLVENTE IRRAZIONALE**

2) In un triangolo isoscele la somma di base e altezza è 11 cm, e il perimetro è di 18 cm.
Trovare l'area.

Disegno



Dati e richieste del problema

$$CA = CB$$

$$CH \perp AB$$

$$AB + CH = 11 \text{ cm}$$

$$2p(ABC) = 18 \text{ cm}$$

$$S(ABC) = ?$$

Risoluzione

1) Pongo la x : $AB = x$

2) Esprimo gli altri segmenti che mi servono in funzione di x :

$$CH = 11 - x$$

$$AH = HB = \frac{x}{2}$$

$$CA = CB = \sqrt{HB^2 + CH^2} = \sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + (11 - x)^2} = \sqrt{\frac{x^2}{4} + 121 - 22x + x^2} = \sqrt{\frac{5}{4}x^2 - 22x + 121}$$

3) Imposto l'equazione risolvente:

$$x + 2\sqrt{\frac{5}{4}x^2 - 22x + 121} = 18$$

$$2\sqrt{\frac{5}{4}x^2 - 22x + 121} = 18 - x$$

$$4\left(\frac{5}{4}x^2 - 22x + 121\right) = (18 - x)^2$$

$$5x^2 - 88x + 484 = 324 - 36x + x^2$$

$$4x^2 - 52x + 160 = 0$$

$$x^2 - 13x + 40 = 0$$

$$(x - 5)(x - 8) = 0$$

$$x = 5 \vee x = 8$$

Per sostituzione si vede che queste soluzioni sono accettabili per l'equazione irrazionale.

Al valore $x = 5$ cm corrisponde il triangolo con:

$$AB = 5 \text{ cm}$$

$$CH = 11 - x = 11 - 5 = 6 \text{ cm}$$

$$S = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15 \text{ cm}^2$$

Al valore $x = 8$ cm corrisponde il triangolo con:

$$AB = 8 \text{ cm}$$

$$CH = 11 - x = 11 - 8 = 3 \text{ cm}$$

$$S = \frac{8 \cdot 3}{2} = 12 \text{ cm}^2$$