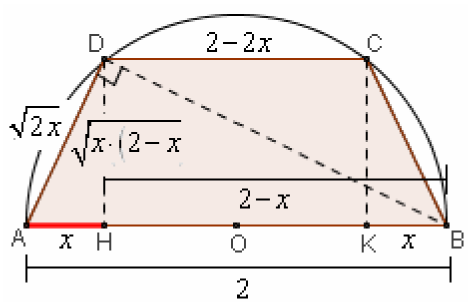
PROBLEMI GEOMETRICI CON EQUAZIONE RISOLVENTE IRRAZIONALE

6) In una semicirconferenza di raggio unitario (r=1), inscrivere un trap. isoscele di area unitaria (S=1).



$$\mathrm{AH}=x$$

$$\mathrm{DC}=\mathrm{HK}=\mathrm{AB}-(\mathrm{AH}+\mathrm{KB})=\mathrm{AB}-2\mathrm{AH}=2-2x$$

$$\mathrm{DH}=\sqrt{\mathrm{AH}\cdot\mathrm{HB}}=\sqrt{x\cdot(2-x)}\ \ (\textit{Eucl. } 2° \textit{ su } \mathrm{ABD})$$

$$\frac{(\mathrm{AB}+\mathrm{DC})\cdot\mathrm{DH}}{2}=1 \qquad \underbrace{\boxed{\frac{(2+2-2x)\cdot\sqrt{x(2-x)}}{2}}}_{\text{area in funzione di } x}=1$$

$$\frac{(4-2x)\cdot\sqrt{x(2-x)}}{2}=1 \qquad \boxed{\frac{\cancel{2}(2-x)\cdot\sqrt{x(2-x)}}{\cancel{2}}}=1$$

$$(2-x)^2\cdot x(2-x)=1 \qquad (2-x)^3\cdot x=1$$

$$\left(8-12x+6x^2-x^3\right)\cdot x=1 \quad 8x-12x^2+6x^3-x^4=1$$

$$x^4-6x^3+12x^2-8x+1=0$$

Fattorizziamo con Ruffini.

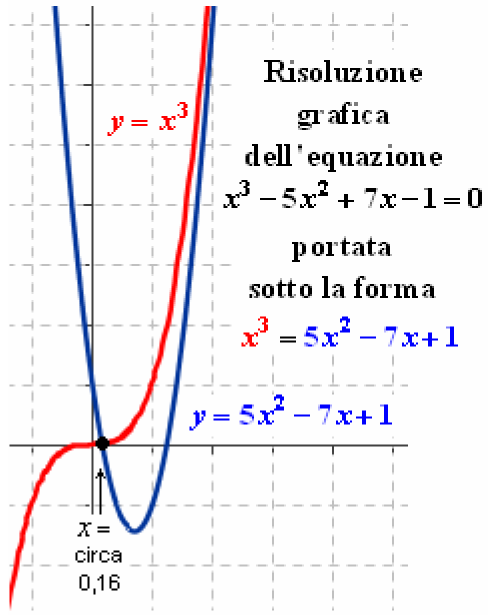
$$P(1)=1-6+12-8+1=0$$

	1	–6	12	–8	1
1		1	–5	7	–1
	1	–5	7	–1	0

$$(x-1)\left(x^3-5x^2+7x-1\right)=0$$

$$x-1=0 \ \vee\ x^3-5x^2+7x-1=0$$

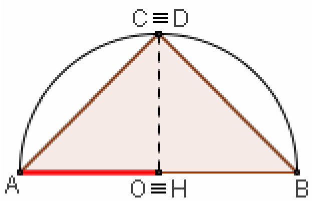
$\downarrow$ $x=1$ $\qquad$ $\downarrow$ *RISOLUZIONE GRAFICA* (*vedi qui a destra*)

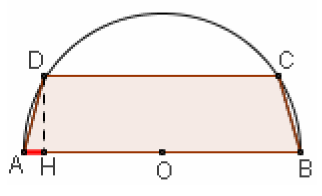


La soluzione $x = 1$ è "degenere":
corrisponde ad una "**situazione limite**",
nella quale **il trapezio degenera in un triangolo**,
in quanto la sua base minore si riduce ad un punto
(segmento nullo, lunghezza 0).

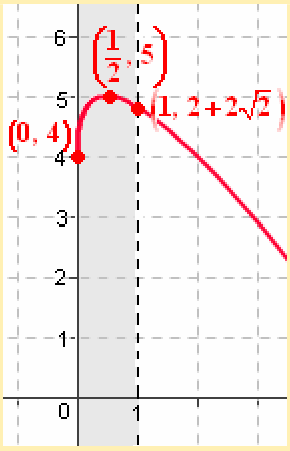
Per il resto, **una risoluzione grafica (vedi figura) mostra che si ha un'altra soluzione, non degenere, circa uguale a 0,16.**

I due trapezi (uno degenere, l'altro no) che sono soluzioni del problema, sono raffigurati qui sotto.



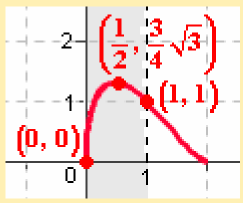


Qui a destra puoi trovare invece i grafici delle due funzioni "perimetro" e "area"; ossia, prima il perimetro e poi l'area del trapezio, espressi in funzione di AH = *x*.
E' stata ombreggiata la fascia di ascisse che interessa ($0\le x\le 1$).



Il grafico della funzione

$$\boxed{y=2p(x)=}$$
$$=2+2-2x+2\sqrt{2x}=$$
$$=\boxed{4-2x+2\sqrt{2x}}$$
$$0\le x\le 1$$



Il grafico della funzione

$$\boxed{y=S(x)=}$$
$$=\frac{(2+2-2x)\cdot\sqrt{x(2-x)}}{2}=$$
$$=\frac{(4-2x)\cdot\sqrt{x(2-x)}}{2}=$$
$$=\frac{\cancel{2}(2-x)\cdot\sqrt{x(2-x)}}{\cancel{2}}=$$
$$=\boxed{(2-x)\cdot\sqrt{x(2-x)}}$$
$$0\le x\le 1$$