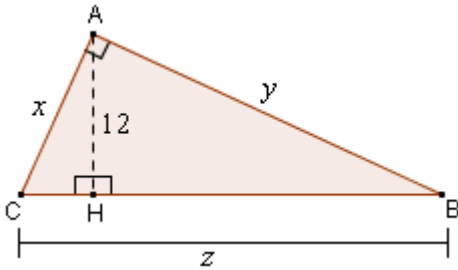


□ **PROBLEMI GEOMETRICI RISOLUBILI TRAMITE UN SISTEMA DI EQUAZIONI**

11) **Determinare i lati di un triangolo rettangolo conoscendone il perimetro (60 cm) e l'altezza relativa all'ipotenusa (12 cm)**



$$\hat{A} = 90^\circ$$

$$AB + AC + BC = 60 \text{ cm}$$

$$AH = 12 \text{ cm} \quad (AH \perp BC)$$

$$AB? \quad AC = ? \quad BC = ?$$

$$\begin{cases} x + y + z = 60 \\ \frac{xy}{z} = \frac{12z}{z} \quad (\text{area calcolata in due modi}) \\ x^2 + y^2 = z^2 \quad (\text{relazione pitagorica}) \end{cases}$$

Carino, questo sistema!

Un modo brillante per risolverlo è il seguente :

$$\begin{cases} x + y = 60 - z \\ xy = 12z \\ (x + y)^2 - 2xy = z^2; \quad (60 - z)^2 - 24z = z^2 \end{cases}$$

$$3600 - 120z - 24z = z^2$$

$$144z = 3600$$

$$z = 25$$

$$\begin{cases} x + y = 60 - z = 60 - 25 = 35 \\ xy = 12z = 12 \cdot 25 = 300 \\ z = 25 \end{cases}$$

... e proseguiamo anche "a mente", a questo punto ...

$$\begin{cases} x = 15 \\ y = 20 \\ z = 25 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 20 \\ y = 15 \\ z = 25 \end{cases}$$

In definitiva, il triangolo in questione ha i cateti di 15 e 20 cm e l'ipotenusa di 25 cm.