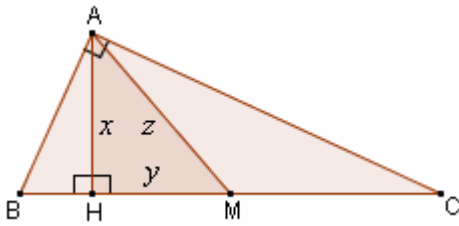


□ **PROBLEMI GEOMETRICI RISOLUBILI TRAMITE UN SISTEMA DI EQUAZIONI**

- 12) Determinare i lati di un triangolo ABC rettangolo in A sapendo che, dette AH e AM l'altezza e la mediana relative all'ipotenusa, il perimetro e l'area del triangolo AHM sono rispettivamente di cm 56 e di cm² 84.



$$\widehat{BAC} = 90^\circ$$

$$AH \perp BC, \quad BM = MC$$

$$2p(\text{AHM}) = 56 \text{ cm} \quad S(\text{AHM}) = 84 \text{ cm}^2$$

$$AB? \quad AC = ? \quad BC = ?$$

Innanzitutto poniamo $AH = x$, $HM = y$, $AM = z$ e determiniamo x , y , z col sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 56 \\ \frac{xy}{2} = 84 \\ x^2 + y^2 = z^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 56 - z \\ xy = 168 \end{cases}$$

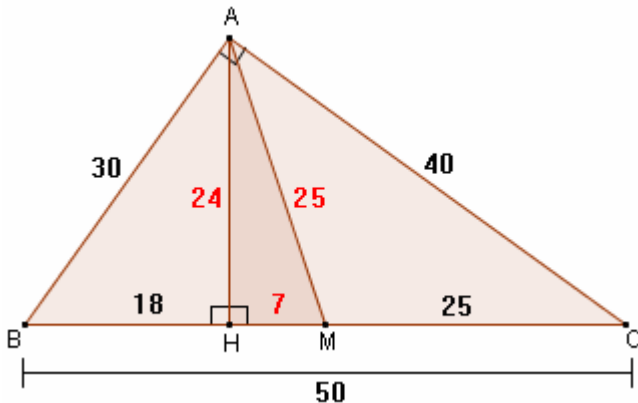
$$(x + y)^2 - 2xy = z^2; \quad (56 - z)^2 - 336 = z^2; \quad 3136 - 112z + z^2 - 336 = z^2; \quad 2800 - 112z = 0; \quad z = 25$$

$$\begin{cases} x + y = 56 - 25 = 31 \\ xy = 168 \\ z = 25 \end{cases}$$

$$t^2 - 31t + 168 = 0; \quad t_{1,2} = \frac{31 \pm \sqrt{961 - 672}}{2} = \frac{31 \pm \sqrt{289}}{2} = \frac{31 \pm 17}{2} = \begin{cases} 7 \\ 24 \end{cases}$$

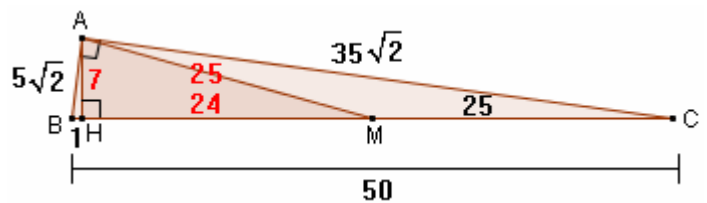
$$\begin{cases} x = 7 \\ y = 24 \\ z = 25 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 24 \\ y = 7 \\ z = 25 \end{cases}$$

... e a questo punto il problema SI SDOPPIA!



Se
 $AH = 24 \text{ cm}$ $HM = 7 \text{ cm}$ $AM = 25 \text{ cm}$
 allora

$BM = MC = AM = 25 \text{ cm}$
 (in un tr. rettangolo, la mediana relativa all'ipotenusa è metà dell'ipotenusa stessa)
 $BH = BM - HM = 25 - 7 = 18 \text{ cm}$
 $HC = HM + MC = 7 + 25 = 32 \text{ cm}$
 $BC = 25 + 25 = 50 \text{ cm}$, dopodiché
 $AB = 30 \text{ cm}$, $AC = 40 \text{ cm}$
 (con Pitagora o Euclide)



Se
 $AH = 7 \text{ cm}$ $HM = 24 \text{ cm}$ $AM = 25 \text{ cm}$
 allora

$BM = MC = AM = 25 \text{ cm}$
 (in un tr. rettangolo, la mediana relativa all'ipotenusa è metà dell'ipotenusa stessa)
 $BH = BM - HM = 25 - 24 = 1 \text{ cm}$
 $HC = HM + MC = 24 + 25 = 49 \text{ cm}$
 $BC = 25 + 25 = 50 \text{ cm}$,
 $AB = 5\sqrt{2} \text{ cm}$, $AC = 35\sqrt{2} \text{ cm}$
 (con Pitagora o Euclide)