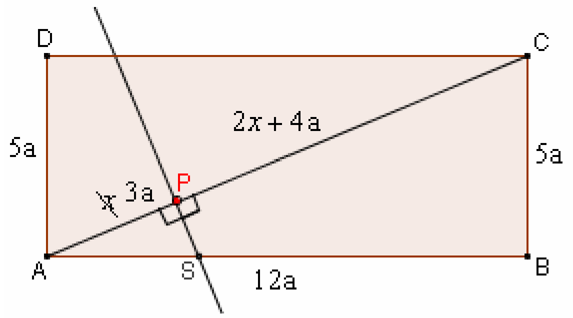
- **PROBLEMI SULLE SIMILITUDINI**

A) Problemi in cui la similitudine viene utilizzata semplicemente per fare dei calcoli, senza equazione (NOTA)

NOTA – Un'equazione potrà eventualmente intervenire in altre fasi della risoluzione del problema, ma quando si sfrutterà la similitudine fra 2 triangoli per scrivere una proporzione, non sarà necessario impiegare un'incognita.

1) E' dato il rettangolo ABCD, in cui la base AB misura 12a e l'altezza AD misura 5a. Sia P un punto, sulla diagonale AC, tale che $PC = 2AP + 4a$; tracciata per P la perpendicolare ad AC che incontri AB in S, si chiede di determinare il perimetro del triangolo APS.



ABCD rettangolo
AB=12a
AD=5a
PC=2AP+4a
$PS \perp AC$
2p(APS)=?

Innanzitutto, il Teorema di Pitagora ci permette di calcolare la lunghezza della diagonale AC:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(12a)^2 + (5a)^2} = \sqrt{144a^2 + 25a^2} = \sqrt{169a^2} = 13a\,.$$

Ora determiniamo l'esatta posizione del punto P sulla diagonale AC tramite un'equazione:

$AP = x;\quad PC = 2x + 4a$

$AP + PC = AC;\quad x + 2x + 4a = 13a;\quad 3x = 9a;\quad x = 3a$

Adesso che abbiamo trovato la misura $AP = 3a$,
possiamo determinare le misure di PS e AS (gli altri due lati del triangolo APS)
utilizzando la similitudine fra i due triangoli APS e ABC (rettangoli, un angolo acuto in comune)

$PS : BC = AP : AB$

$PS : 5a = 3a : 12a$

$PS = \dfrac{5a \cdot \cancel{3a}}{\cancel{12a}_{\,4}} = \dfrac{5}{4}a$ (NOTA 1)

$AS : AC = AP : AB$

$AS : 13a = 3a : 12a$

$AS = \dfrac{13a \cdot \cancel{3a}}{\cancel{12a}_{\,4}} = \dfrac{13}{4}a$

A questo punto

$\boxed{2p(APS) =}\ AP + PS + AS =$

$= 3a + \dfrac{5}{4}a + \dfrac{13}{4}a = 3a + \dfrac{\cancel{18}^{\,9}}{\cancel{4}_{\,2}}a =$

$= \dfrac{6+9}{2}a = \boxed{\dfrac{15}{2}a}$ (NOTA 2)

NOTA1
Una volta scritta la proporzione,
PS si sarebbe potuto calcolare anche mentalmente:
così come 3a è la quarta parte di 12a,
altrettanto sarà
$PS = \dfrac{1}{4} \cdot 5a = \dfrac{5}{4}a$

NOTA 2
Addirittura, dopo aver trovato AP=3a,
il perimetro si sarebbe potuto
calcolare direttamente
approfittando del fatto
che in due triangoli simili
i perimetri stanno fra loro
come due lati corrispondenti:

2p(APS): 2p(ABC)=AP:AB

2p(APS): (12a+5a+13a)=3a:12a

$2p(APS):30a = 3a : 12a$

... $2p(APS) = \dfrac{15}{2}a$