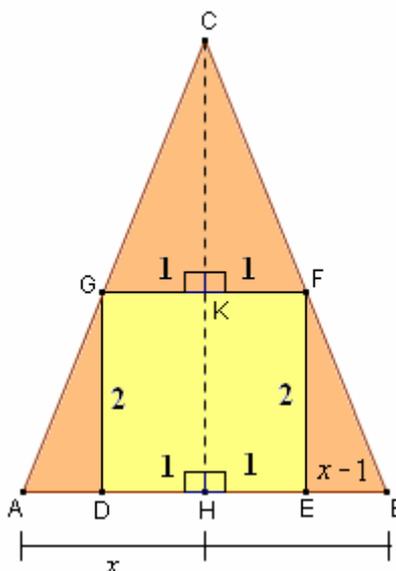


□ **PROBLEMI SULLE SIMILITUDINI**

20)

**In un triangolo isoscele di area 9 cm^2
è inscritto un quadrato di lato 2 cm .
Quanto misura la base del triangolo?**



Poniamo $AH = HB = x$

e avremo:

$$AB = 2x,$$

$$EB = x - 1.$$

Sfruttando la similitudine fra CKF e FEB

(rettangoli, $\hat{CFK} = \hat{FBE}$ perché corrispondenti rispetto a due parallele con trasversale)

potremo scrivere una proporzione finalizzata ad esprimere CK in funzione di x , ad esempio:

$$CK : FE = KF : EB$$

da cui

$$CK = \frac{FE \cdot KF}{EB} = \frac{2 \cdot 1}{x-1} = \frac{2}{x-1}.$$

Ne consegue che

$$CH = CK + KH = \frac{2}{x-1} + 2 = \frac{\cancel{2} + 2x}{x-1} = \frac{2x}{x-1}$$

(puoi, per esercizio, controllare che avremmo ottenuto per CH la stessa espressione anche sfruttando direttamente la similitudine fra i triangoli CHB e FEB , il che sarebbe stato anzi più veloce)

A questo punto, poiché conosciamo la misura dell'area di ABC , avremo

$$\frac{AB \cdot CH}{2} = 9; \quad \cancel{x} \cdot \frac{2x}{x-1} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} = 9; \quad \frac{2x^2}{x-1} = 9;$$

$$2x^2 = 9x - 9$$

(nel mandar via il denominatore dovremmo scrivere la condizione $x \neq 1$,

ma comunque è evidente che una eventuale soluzione $x = 1$

non potrebbe essere accettata per motivi geometrici: deve essere infatti evidentemente $x > 1$)

$$2x^2 - 9x + 9 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 72}}{4} = \frac{9 \pm \sqrt{9}}{4} = \frac{9 \pm 3}{4} = \left\{ \begin{array}{l} 6/4 = 3/2 \\ 12/4 = 3 \end{array} \right.$$

da cui

$$AB = \text{base} = 2x = \begin{cases} 3 \text{ cm} \\ 6 \text{ cm} \end{cases}$$