

i) ESPRESSIONI CON PRODOTTI NOTEVOLI

$$45) (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 3 + 2 - 2\sqrt{6} = \boxed{5 - 2\sqrt{6}}$$

$$46) (3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2}) = 3^2 - (2\sqrt{2})^2 = 9 - 4 \cdot 2 = 9 - 8 = \boxed{1}$$

$$47) (\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1)^2 = 3 + 2 + 1 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 6 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} = \boxed{2(3 + \sqrt{6} + \sqrt{3} + \sqrt{2})}$$

$$48) (3\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})^2 = 9(x+1) + (x-1) - 6\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1} = \\ = 9x + 9 + x - 1 - 6\sqrt{(x+1)(x-1)} = 10x + 8 - 6\sqrt{x^2 - 1} = \boxed{2(5x + 4 - 3\sqrt{x^2 - 1})}$$

$$49) (3\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})(3\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}) = (3\sqrt{x+1})^2 - (\sqrt{x-1})^2 = \\ = 9(x+1) - (x-1) = 9x + 9 - x + 1 = 8x + 10 = \boxed{2(4x + 5)}$$

Il raccoglimento finale del fattore 2, in diversi esercizi di questa pagina, non è "obbligatorio" ed è legato esclusivamente a ragioni di eleganza

$$50) (\sqrt{2\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{2\sqrt{a} - \sqrt{b}})^2 = (\sqrt{2\sqrt{a} + \sqrt{b}})^2 + (\sqrt{2\sqrt{a} - \sqrt{b}})^2 - 2 \cdot \sqrt{2\sqrt{a} + \sqrt{b}} \cdot \sqrt{2\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \\ = 2\sqrt{a} + \sqrt{b} + 2\sqrt{a} - \sqrt{b} - 2\sqrt{(2\sqrt{a} + \sqrt{b})(2\sqrt{a} - \sqrt{b})} = 4\sqrt{a} - 2\sqrt{4a - b} = \boxed{2(2\sqrt{a} - \sqrt{4a - b})}$$

$$51) (\sqrt{5} - 2)^3 = (\sqrt{5})^3 + 3 \cdot (\sqrt{5})^2 \cdot (-2) + 3 \cdot \sqrt{5} \cdot (-2)^2 + (-2)^3 = \\ = \sqrt{5^3} - 6 \cdot 5 + 3 \cdot \sqrt{5} \cdot 4 - 8 = 5\sqrt{5} - 30 + 12\sqrt{5} - 8 = \boxed{17\sqrt{5} - 38}$$

$$52) (x + \sqrt{2})(x - 4\sqrt{2}) + \sqrt{2}(3x + 4\sqrt{2}) = \\ = x^2 - 4x\sqrt{2} + x\sqrt{2} - 8 + 3x\sqrt{2} + 8 = \boxed{x^2} \text{ (NOTA)}$$

NOTA

Con riferimento all'esercizio 52), e analogamente in altre situazioni, la scrittura $4x\sqrt{2}$ nei testi è di norma preferita alla $4\sqrt{2}x$, forse perché fa capire meglio che x è fuori, non dentro, la radice

$$53) \sqrt{2}(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) - (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^2 = 3 \cdot 2 + 2\sqrt{6} - (18 + 12 - 12\sqrt{6}) = \\ = 6 + 2\sqrt{6} - 30 + 12\sqrt{6} = 14\sqrt{6} - 24 = \boxed{2(7\sqrt{6} - 12)}$$

$$54) (\sqrt{2} - 1)^4 = (\sqrt{2})^4 + 4 \cdot (\sqrt{2})^3 \cdot (-1) + 6 \cdot (\sqrt{2})^2 \cdot (-1)^2 + 4 \cdot \sqrt{2} \cdot (-1)^3 + (-1)^4 = \\ = 2^2 + 4 \cdot 2\sqrt{2} \cdot (-1) + 6 \cdot 2 \cdot 1 + 4 \cdot \sqrt{2} \cdot (-1) + 1 = 4 - 8\sqrt{2} + 12 - 4\sqrt{2} + 1 = \boxed{17 - 12\sqrt{2}}$$