$$t_1:\begin{cases} x' = -2x + 3 \\ y' = -2y \end{cases}$$

a)

1)

Quanto vale la "costante di affinità" D $= \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ **?**

$$t_1:\begin{cases} x' = -2x \quad +3 \\ y' = \quad -2y \end{cases}$$

$$\mathrm{D} = \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = +4$$

2)
L'affinità in esame è diretta o è inversa?
E' diretta ($\mathrm{D} > 0$)

3)
E' una isometria?
No.

4)
E' un "caso particolare" fra quelli del paragrafo 16
(traslazione, simmetria rispetto a un punto o a una parallela agli assi, omotetia …)?

Sì, è un'omotetia di rapporto –2, avendo equazioni
$\begin{cases} x' = -2x + 3 \\ y' = -2y \end{cases}$ e perciò della forma $\omega_{\mathrm{C,\,k}}:\begin{cases} x' = kx + a \\ y' = ky + b \end{cases}$

Il centro di omotetia è determinabile risolvendo il sistema per la ricerca dei punti uniti:
$$\begin{cases} x = -2x + 3 \\ y = -2y \end{cases},$$
e ha coordinate (1, 0).

b)

1)
Determina, tramite passaggi algebrici, le equazioni dell'affinità inversa.

L'inversa di $\begin{cases} x' = -2x + 3 \\ y' = -2y \end{cases}$ è:

$$\begin{cases} -2x + 3 = x' \\ -2y = y' \end{cases} \rightarrow \boxed{\begin{cases} x = \dfrac{3 - x'}{2} = -\dfrac{1}{2}x' + \dfrac{3}{2} \\ y = -\dfrac{y'}{2} = -\dfrac{1}{2}y' \end{cases}}$$

oppure, scambiando la coppia $(x,\, y)$ con la $(x',\, y')$,

$$\boxed{\begin{cases} x' = -\dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{2} \\ y' = -\dfrac{1}{2}y \end{cases}}$$

2)

L'affinità in esame è involutoria?

No

3)
Nel caso l'affinità considerata fosse "particolare", abbi cura di controllare se è confermato che

- **l'inversa di una traslazione è la traslazione di vettore opposto;**
- **l'inversa di un'omotetia di rapporto *k* è un'omotetia con lo stesso centro, e rapporto 1/*k*;**
- **l'inversa di una simmetria (centrale o assiale) è la simmetria stessa**

In effetti, l'affinità inversa è anch'essa una omotetia, di rapporto –1/2
(l'omotetia originaria aveva rapporto –2)
e avente, come si potrebbe verificare, lo stesso centro (1, 0)

c)
Determina l'immagine e poi la controimmagine:

1) della retta $r: y = 2x+1$

Curva assegnata:

$$y = 2x+1$$

Equazioni trasformazione inversa:

$$\begin{cases} x' = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \\ y' = -\frac{1}{2}y \end{cases}$$

Equazione curva immagine:

$$-\frac{1}{2}y = 2\left(-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}\right) + 1$$

$$-\frac{1}{2}y = -x + 3 + 1$$

$$-\frac{1}{2}y = -x + 4$$

$$\boxed{y = 2x - 8}$$

Equazioni trasformazione diretta:

$$\begin{cases} x' = -2x + 3 \\ y' = -2y \end{cases}$$

Equazione curva controimmagine:

$$-2y = 2(-2x+3) + 1$$

$$-2y = -4x + 6 + 1$$

$$-2y = -4x + 7$$

$$\boxed{y = 2x - \frac{7}{2}}$$

2) della circonferenza $\gamma: x^2 + y^2 = 1$

Curva assegnata:

$$x^2 + y^2 = 1$$

Equazioni trasformazione inversa:

$$\begin{cases} x' = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \\ y' = -\frac{1}{2}y \end{cases}$$

Equazione curva immagine:

$$\left(-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}y\right)^2 = 1$$

$$\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} + \frac{1}{4}y^2 = 1$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 = 4$$

$$\boxed{x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0}$$

Equazioni trasformazione diretta:

$$\begin{cases} x' = -2x + 3 \\ y' = -2y \end{cases}$$

Equazione curva controimmagine:

$$(-2x+3)^2 + (-2y)^2 = 1$$

$$4x^2 - 12x + 9 + 4y^2 = 1$$

$$4x^2 + 4y^2 - 12x + 8 = 0$$

$$\boxed{x^2 + y^2 - 3x + 2 = 0}$$