$$t_2 : \begin{cases} x' = -x + 6 \\ y' = -y - 4 \end{cases}$$

a)

1)

Quanto vale la "costante di affinità" $\mathrm{D} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$?

$$t_2 : \begin{cases} x' = -x \quad\quad + 6 \\ y' = \quad\quad - y - 4 \end{cases}$$

$$\mathrm{D} = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = +1$$

2)
L'affinità in esame è diretta o è inversa?
E' diretta ($\mathrm{D} > 0$)

3)
E' una isometria?
Sì. Infatti

$\mathrm{D} = 1;$

$a = d$, $b = -c = 0$: *di due numeri entrambi nulli si può dire che sono sia uguali che opposti*

4)
E' un "caso particolare" fra quelli del paragrafo 16
(traslazione, simmetria rispetto a un punto o a una parallela agli assi, omotetia …)?

Sì, è una simmetria centrale, avendo equazioni $\begin{cases} x' = -x + 6 \\ y' = -y - 4 \end{cases}$ e perciò della forma

$$s_{P_0} : \begin{cases} x' = 2x_0 - x \\ y' = 2y_0 - y \end{cases}$$

Il centro di simmetria è determinabile confrontando le equazioni dell'affinità data con le precedenti equazioni generali di una simmetria centrale, oppure risolvendo il sistema per la ricerca dei punti uniti:

$$\begin{cases} x = -x + 6 \\ y = -y - 4 \end{cases} .$$

Si trova che ha coordinate (3, −2).

b)
1)
Determina, tramite passaggi algebrici, le equazioni dell'affinità inversa.

L'inversa di $\begin{cases} x' = -x + 6 \\ y' = -y - 4 \end{cases}$ è:

$$\begin{cases} -x + 6 = x'; \; -x = x' - 6; \\ -y - 4 = y'; \; -y = y' + 4; \end{cases} \boxed{\begin{cases} x = -x' + 6 \\ y = -y' - 4 \end{cases}}$$

oppure, scambiando la coppia (x, y) con la (x', y'),

$$\boxed{\begin{cases} x' = -x + 6 \\ y' = -y - 4 \end{cases}}$$

ossia coincide con la trasformazione iniziale, com'era prevedibile trattandosi di una simmetria.

2)
L’affinità in esame è involutoria?

Sì

3)
Nel caso l’affinità considerata fosse “particolare”, abbi cura di controllare se è confermato che

- **l’inversa di una traslazione è la traslazione di vettore opposto;**
- **l’inversa di un’omotetia di rapporto *k* è un’omotetia con lo stesso centro, e rapporto 1/*k*;**
- **l’inversa di una simmetria (centrale o assiale) è la simmetria stessa**

In effetti, l’inversa di una simmetria è la simmetria stessa.

c)

Determina l’immagine e poi la controimmagine:

1) della retta $r: y = 2x+1$

Immagine e controimmagine coincidono, trattandosi di una trasformazione involutoria.

$$\begin{aligned}
&\textit{Curva assegnata}: \\
&y = 2x+1 \\
&\textit{Equazioni trasformazione (diretta e anche inversa)}: \\
&\begin{cases} x' = -x+6 \\ y' = -y-4 \end{cases} \\
&\textit{Equazione curva immagine e controimmagine}: \\
&-y-4 = 2(-x+6)+1 \\
&-y-4 = -2x+12+1 \\
&-y = -2x+17 \\
&\boxed{y = 2x-17}
\end{aligned}$$

2) della circonferenza $\gamma: x^2+y^2=1$

Immagine e controimmagine coincidono, trattandosi di una trasformazione involutoria.

$$\begin{aligned}
&\textit{Curva assegnata}: \\
&x^2+y^2=1 \\
&\textit{Equazioni trasformazione (diretta e anche inversa)}: \\
&\begin{cases} x' = -x+6 \\ y' = -y-4 \end{cases} \\
&\textit{Equazione curva immagine e controimmagine}: \\
&(-x+6)^2+(-y-4)^2=1 \\
&x^2-12x+36+y^2+8y+16=1 \\
&\boxed{x^2+y^2-12x+8y+51=0}
\end{aligned}$$