$$t_7 : \begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$$

a)

1)

Quanto vale la "costante di affinità" D $= \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ **?**

$$\begin{cases} x' = \quad y \\ y' = x \end{cases}$$

$$\mathbf{D} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 1 = -1$$

2)
L'affinità in esame è diretta o è inversa?

E' inversa ($D < 0$)

3)
E' una isometria?

Sì ($D = -1; \quad b = c, \; a = -d = 0$)

4)
E' un "caso particolare" fra quelli del paragrafo 16
(traslazione, simmetria rispetto a un punto o a una parallela agli assi, omotetia …)?

Sì: è la nota simmetria rispetto alla bisettrice del 1° e 3° quadrante.

b)
1)
Determina, tramite passaggi algebrici, le equazioni dell'affinità inversa.

L'inversa di $\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$ è $\begin{cases} y = x' \\ x = y' \end{cases}$ ossia $\boxed{\begin{cases} x = y' \\ y = x' \end{cases}}$

o, scambiando la coppia (x, y) con la (x', y'), $\boxed{\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}}$

vale a dire la trasformazione iniziale.

D'altronde, una simmetria è *sempre* involutoria
(=coincidente con la sua inversa).

2)
L'affinità in esame è involutoria?

Sì

3)
Nel caso l'affinità considerata fosse "particolare", abbi cura di controllare se è confermato che

- **l'inversa di una traslazione è la traslazione di vettore opposto;**
- **l'inversa di un'omotetia di rapporto *k* è un'omotetia con lo stesso centro, e rapporto 1/*k*;**
- **l'inversa di una simmetria (centrale o assiale) è la simmetria stessa**

Sì, l'inversa di una simmetria è la simmetria stessa.

c)

Determina l'immagine e poi la controimmagine:

1) della retta $r: y = 2x+1$

Immagine e controimmagine coincidono, trattandosi di una trasformazione involutoria.

$$\begin{aligned}
&\textit{Curva assegnata}:\\
&y = 2x+1\\
&\textit{Equazioni trasformazione (diretta e anche inversa)}:\\
&\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}\\
&\textit{Equazione curva immagine e controimmagine}:\\
&x = 2y+1\\
&2y = x-1\\
&\boxed{y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}}
\end{aligned}$$

2) della circonferenza $\gamma: x^2 + y^2 = 1$

Immagine e controimmagine coincidono, trattandosi di una trasformazione involutoria.

$$\begin{aligned}
&\textit{Curva assegnata}:\\
&x^2 + y^2 = 1\\
&\textit{Equazioni trasformazione (diretta e anche inversa)}:\\
&\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}\\
&\textit{Equazione curva immagine e controimmagine}:\\
&y^2 + x^2 = 1\\
&\boxed{x^2 + y^2 = 1}:\\
&\textit{l'immagine di questa curva è la curva stessa}
\end{aligned}$$