3) Dì quali sono i **punti uniti**, le **rette di punti uniti**, le **rette unite** di una
   a) simmetria centrale
   b) simmetria assiale
   c) traslazione
   d) rotazione
   e) omotetia

   Simmetria centrale:
   - si ha un solo punto unito, il centro di simmetria
   - si hanno infinite rette unite, tutte e sole quelle passanti per il centro di simmetria
   - non si ha nessuna retta di punti uniti

   Simmetria assiale:
   - sono uniti tutti e soli i punti dell'asse di simmetria
   - sono unite tutte le rette perpendicolari all'asse di simmetria,
     più l'asse di simmetria stesso che è addirittura retta di punti uniti
   - si ha una retta di punti uniti: l'asse di simmetria

   Traslazione
   (*evidentemente escludiamo qui il caso limite banale della traslazione di vettore nullo, che coincide con l'identità I nella quale tutti i punti sono uniti*):
   - non si ha nessun punto unito
   - sono unite tutte e sole le rette parallele al vettore di traslazione
   - non si ha nessuna retta di punti uniti

   Rotazione
   (*evidentemente escludiamo qui il caso limite banale della rotazione di angolo nullo, che coincide con l'identità I nella quale tutti i punti sono uniti*):
   - si ha un solo punto unito, il centro di rotazione
   - non si ha nessuna retta unita
     (tranne che nel caso di una rotazione il cui angolo abbia ampiezza di 180°, che si identifica con una simmetria centrale e nella quale tutte le rette passanti per il centro di rotazione sono unite)
   - non si ha nessuna retta di punti uniti

   Omotetia
   (*evidentemente escludiamo qui il caso banale dell'omotetia di rapporto* +1*, che coincide con l'identità I nella quale tutti i punti sono uniti*):
   - si ha un solo punto unito, il centro di omotetia
   - si hanno infinite rette unite, tutte e sole quelle passanti per il centro di omotetia
   - non si ha nessuna retta di punti uniti

4) Dì **qual è la trasformazione inversa** di una
   a) simmetria centrale
   b) simmetria assiale
   c) traslazione
   d) rotazione
   e) omotetia

   Simmetria centrale:
   ha come inversa sé stessa (trasformazione "involutoria")

   Simmetria assiale:
   ha come inversa sé stessa (trasformazione "involutoria")

   Traslazione:
   ha come inversa la traslazione di vettore opposto

   Rotazione:
   ha come inversa la rotazione di ugual centro e angolo opposto (= stessa ampiezza, verso opposto)

   Omotetia:
   ha come inversa l'omotetia avente lo stesso centro dell'omotetia iniziale
   e rapporto uguale al reciproco $1/k$ del rapporto k dell'omotetia iniziale

5) Dì **che trasformazione si ottiene componendo** due:
   a) simmetrie centrali
   b) simmetrie assiali
   c) traslazioni
   d) rotazioni con lo stesso centro
   e) omotetie con lo stesso centro

Due simmetrie centrali: una traslazione di vettore uguale a $2\overrightarrow{O_1O_2}$

Due simmetrie assiali:
- se i due assi sono paralleli, una traslazione
  di vettore uguale al doppio della distanza orientata del primo asse dal secondo
- se i due assi sono incidenti, una rotazione
  di angolo uguale al doppio dell'angolo orientato
  che il primo asse dovrebbe descrivere, ruotando, per andare a sovrapporsi al secondo

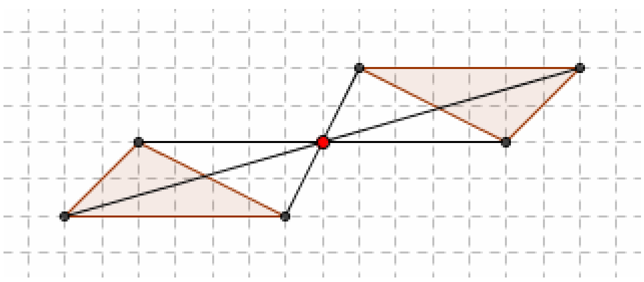
Due traslazioni:
una traslazione di vettore uguale alla somma dei due vettori delle traslazioni iniziali

Due rotazioni con lo stesso centro:
una rotazione con lo stesso centro e angolo orientato uguale
alla somma algebrica dei due angoli orientati delle rotazioni iniziali

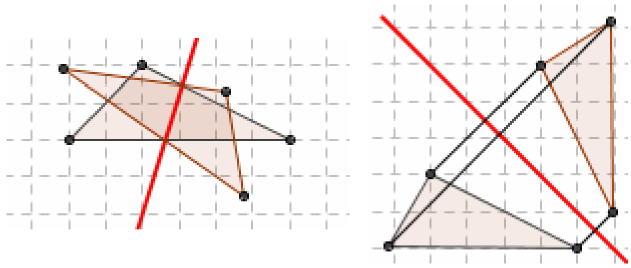
Due omotetie con lo stesso centro:
un'omotetia con lo stesso centro e rapporto di omotetia uguale al prodotto
dei due rapporti delle omotetie iniziali

6) Fra le seguenti trasformazioni, **riconosci quelle isometriche**:
   a) simmetria centrale SI'
   b) simmetria assiale SI'
   c) traslazione SI'
   d) rotazione SI'
   e) omotetia NO (eccettuati i casi in cui il rapporto di omotetia sia uguale a +1 o a −1,
   ma allora l'omotetia si ridurrebbe a essere l'identità,
   o, rispettivamente, una simmetria centrale)

7) I due triangoli della figura qui a fianco
sono simmetrici l'uno dell'altro
rispetto ad un certo punto.
Dove si trova il punto?



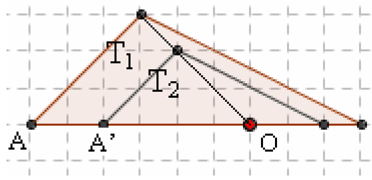
8a, 8b) Ecco due coppie di triangoli simmetrici l'uno dell'altro rispetto ad una certa retta. Per ciascuna coppia, disegna la retta. .



9) Con riferimento alla figura qui a fianco, che rappresenta due triangoli "omotetici", stabilisci il centro e il rapporto:

a) dell'omotetia che muta T_1 in T_2

b) dell'omotetia che muta T_2 in T_1



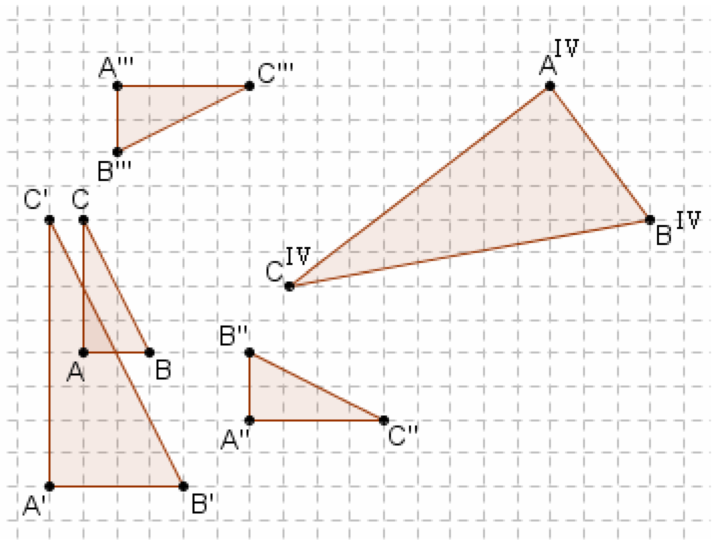
OA', ad esempio, è i 2/3 di OA. I due rapporti di omotetia sono allora: 2/3; 3/2.

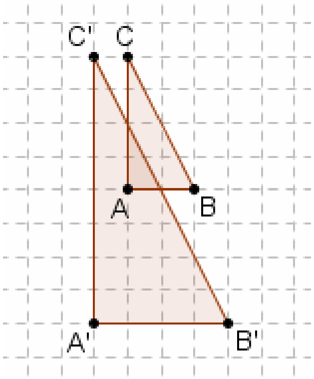
10) Nella seguente figura, della quale riporterai sul tuo quaderno solo ciò che ti interessa, stabilisci quale affinità (eventualmente composta) fa passare da ABC ad

a) A'B'C'   b) A"B"C"

c) A'"B'"C'"   d) $A^{IV}B^{IV}C^{IV}$

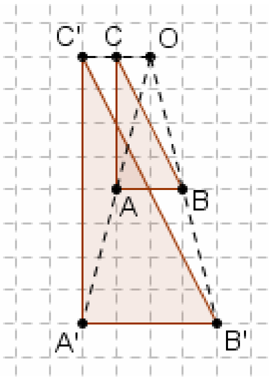
(è possibile rispondere in più modi!)





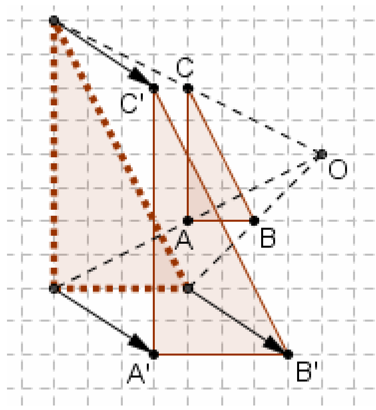
a) I lati di A'B'C' sono *doppi* dei lati di ABC:
per passare da ABC ad A'B'C'
occorre allora un'*omotetia* di rapporto 2.

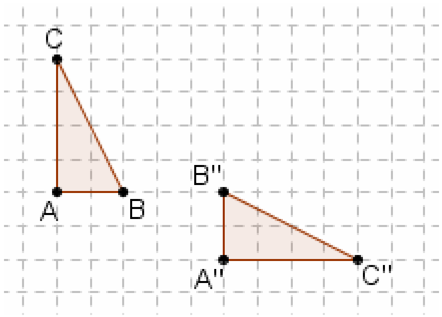
Si può impiegare *esclusivamente*
l'omotetia di rapporto 2,
se se ne sceglie il centro come in figura …



… oppure si può prendere il centro di omotetia
in un punto qualsiasi del piano,
ma allora occorrerà comporre

- l'omotetia di rapporto 2 avente quel centro,
- con una successiva opportuna traslazione.

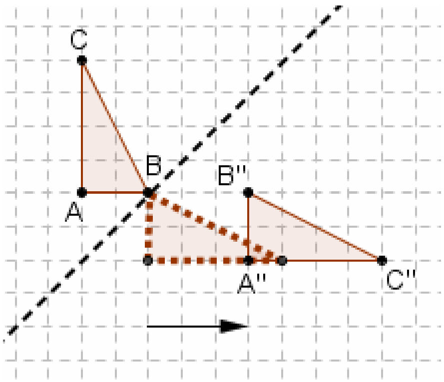




b) Osserviamo che in ABC i vertici A, B, C si susseguono in senso *antiorario*, mentre in A"B"C" abbiamo A", B", C" disposti in senso *orario*.
Allora per passare da ABC ad A"B"C" è necessario un **ribaltamento**, che corrisponde ad una **simmetria assiale**.

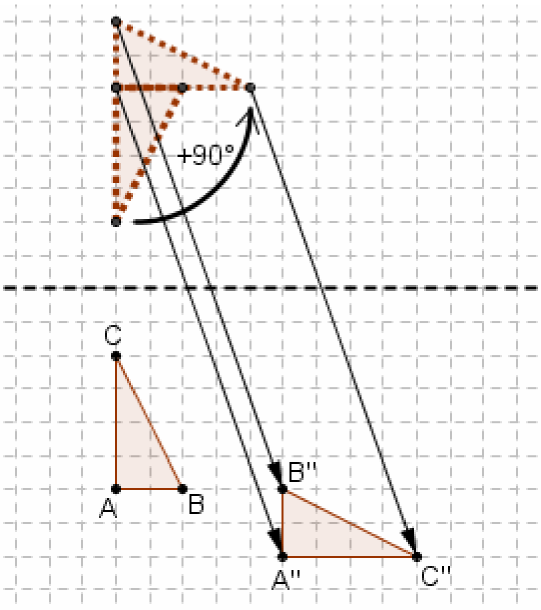
Nella figura sottostante abbiamo applicato

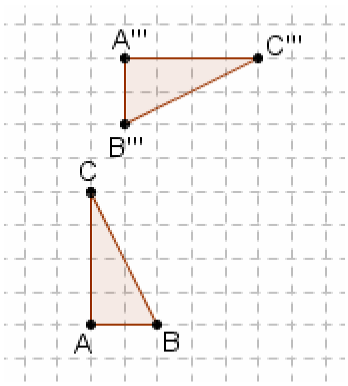
- prima una simmetria assiale,
- poi una traslazione.



Si può posizionare l'asse di simmetria dove si vuole,
ma se questo non è inclinato in modo opportuno
si rende pure necessaria una rotazione
e la trasformazione finale
risulta quindi avere 3 componenti:

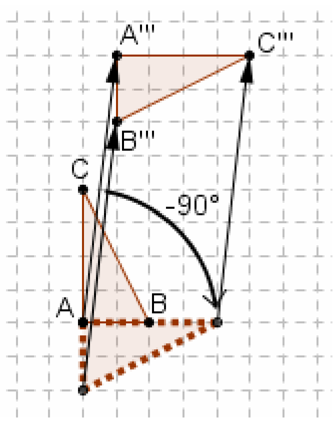
- simmetria assiale
- rotazione
- traslazione

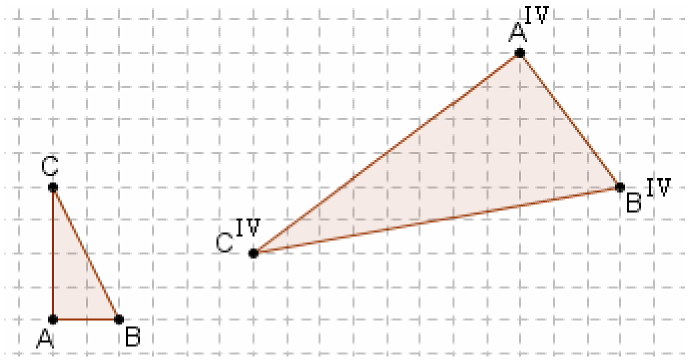




c) In ABC i vertici A, B, C si susseguono in senso *antiorario*,
e pure in $A'''B'''C'''$ abbiamo A''', B''', C''' disposti in senso *antiorario*.
Nessun ribaltamento, quindi:
effettueremo invece una rotazione e una traslazione.

In figura, la rotazione di –90°
(*angolo negativo*, rotazione in senso *orario*)
è stata effettuata con centro nel punto A.





d) Questo è l’esercizio più complicato della rassegna.

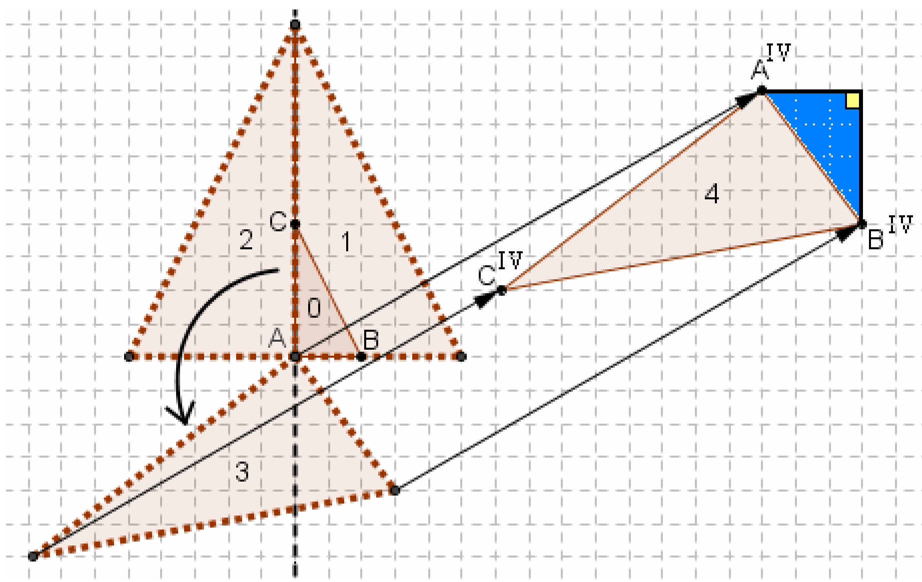
Innanzitutto il triangolo $A^{IV}B^{IV}C^{IV}$ appare “**ingrandito in scala**” rispetto ad ABC, quindi sarà necessaria un’**omotetia**; determineremo successivamente il rapporto di questa.

Poi, $A^{IV}B^{IV}C^{IV}$ è **ruotato** rispetto ad ABC, quindi si renderà indispensabile una **rotazione**.

Infine, in ABC i vertici A, B, C si susseguono in senso *antiorario*, mentre in $A^{IV}B^{IV}C^{IV}$ abbiamo A^{IV}, B^{IV}, C^{IV} disposti in senso *orario* quindi per passare da ABC ad $A^{IV}B^{IV}C^{IV}$ è necessario pure un **ribaltamento**, che corrisponde ad una **simmetria assiale**.

Nella figura sottostante noi abbiamo applicato

- dapprima l’omotetia (passaggio dal triangolo iniziale 0 al triangolo 1). Il rapporto di questa omotetia è uguale a 5/2 (=2.5): infatti col teorema di Pitagora si possono calcolare facilmente le lunghezze in quadretti dei lati del triangolo $A^{IV}B^{IV}C^{IV}$ e si vede che ciascuna risulta uguale ai 5/2 del lato corrispondente di ABC: ad esempio, il triangolo rettangolo all’estrema destra della figura ha i cateti di 3 quadretti e 4 quadretti rispettivamente, quindi con Pitagora avremo $A^{IV}B^{IV} = \sqrt{3^2+4^2} = 5$ mentre AB = 2 quadretti; e procedendo in modo analogo per le altre coppie di segmenti corrispondenti, si vede che il rapporto *segmento corrispondente / segmento iniziale* è sempre 5/2.



- La seconda trasformazione applicata (passaggio dal triangolo 1 al triangolo 2) è stata una simmetria assiale;
- successivamente, una rotazione in senso antiorario (di un angolo >90°);
- infine, una traslazione.

11) Fra le 4 **affinità** del precedente esercizio 10), stabilisci quali sono “**dirette**” e quali “**inverse**”.

Sono *dirette* quelle che lasciano inalterato il verso nel quale si susseguono i vertici sul contorno della figura, quindi la a) e la c);
inverse la b) e la d).

Un’affinità inversa ha sempre una componente di *ribaltamento* (*simmetria assiale*).