I RADICALI

1. DEFINIZIONE DI RADICE (esercizi a pag. 18)

Si dice "radice quadrata" (cubica, quarta, quinta, ...) di un numero reale $a \ge 0$, quel numero reale $b \ge 0$ che elevato al quadrato (al cubo, alla quarta, alla quinta, ...) dà come risultato a.

(1) $\boxed{\textbf{DEFINIZIONE: } \sqrt[n]{a} = b \overset{def.}{\Leftrightarrow} b^n = a \quad (a,b \ge 0)}$ $\quad \overset{def.}{\Leftrightarrow}$ *si legge*: *"se e solo se, per definizione"*

Quindi L'OPERAZIONE DI ESTRAZIONE DI RADICE
È L'OPERAZIONE INVERSA DELL'ELEVAMENTO A POTENZA.

Esempi:

$\sqrt[4]{81} = 3$ perché $3^4 = 81$; $\quad \sqrt[3]{\dfrac{8}{125}} = \dfrac{2}{5}$ perché $\left(\dfrac{2}{5}\right)^3 = \dfrac{8}{125}$; $\quad \sqrt[2]{0,09} = 0,3$ perché $(0,3)^2 = 0,09$

- Un simbolo del tipo $\sqrt[n]{a}$ viene chiamato "**radicale**".
  Vale a dire, "radice" è il *risultato*,
  "radicale" è il *simbolo* dell'operazione di estrazione di radice.
- Il numero **n** viene detto "**indice**".
  Il numero **a** viene detto "**radicando**".

INDICE $\nwarrow \sqrt[n]{a} \searrow$ RADICANDO

RADICALE

- L'indice n è un numero naturale, maggiore o uguale a 1.
  Se l'indice vale 1, la radice è uguale al radicando:

(2) $\boxed{\sqrt[1]{a} = a}$

Domanda: *ma non è estremamente banale (e privo di interesse) un radicale con indice* 1?
… Sì, senz'altro è banale! Ma *non* è privo di interesse, perché
i radicali con indice 1 si rivelano assai utili ai fini di un'esposizione più sintetica della teoria.

- **L'indice 2 viene di norma sottinteso.** Ossia, anziché scrivere $\sqrt[2]{a}$ si usa scrivere $\sqrt{a}$:

(3) $\boxed{\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}}$ La convenzione è davvero vantaggiosa,
dato che la radice quadrata è di gran lunga la più utilizzata

Ancora qualche esempio:

$\sqrt[3]{1000} = 10$ perché $10^3 = 1000$; $\quad \sqrt{25} = 5$ perché $5^2 = 25$;

$\sqrt{\dfrac{1}{9}} = \dfrac{1}{3}$ perché $\left(\dfrac{1}{3}\right)^2 = \dfrac{1}{9}$; $\quad \sqrt[4]{0,0016} = 0,2$ perché $(0,2)^4 = 0,0016$

Osserviamo (gli esempi riportati lo illustrano bene) che

♪ se il radicando è maggiore di 1 il valore della radice è *minore* del radicando stesso
ma (IMPORTANTE!)

♫ se invece è minore di 1 (compreso fra 0 e 1) il valore della radice è *maggiore* del radicando stesso.

2. DUE IDENTITA' VERAMENTE FONDAMENTALI

Dalla definizione data di estrazione di radice si traggono direttamente e immediatamente le *identità*:

(4) $\boxed{\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a}$ $\quad \left(\sqrt[\cancel{n}]{a}\right)^{\cancel{n}} = a$ Indice ed esponente sono uguali:
la radice e la potenza, operazioni inverse l'una dell'altra,
si "compensano", quindi si possono semplificare

(5) $\boxed{\sqrt[n]{a^n} = a}$ $\quad \sqrt[\cancel{n}]{a^{\cancel{n}}} = a$ Anche qui, potenza e radice, operazioni inverse fra loro,
si "compensano", da cui la semplificazione

Dovremo tenerle sempre presenti, quali "pietre miliari" del nostro discorso.
In particolare, le utilizzeremo nel corso della dimostrazione di alcuni teoremi.