

## 9. SOMMA ALGEBRICA DI RADICALI (esercizi a pag. 23)

Premessa

In Algebra, un'espressione costituita dal prodotto di un radicale per un fattore esterno viene chiamata ancora, per estensione, "radicale".

Quindi, vengono chiamate "radicali", ad esempio, le espressioni seguenti:

$$3\sqrt{5}; \quad x\sqrt[3]{y}; \quad 2(x+1)\sqrt{x+2}$$

Definizione

Quando abbiamo una coppia di espressioni della forma

$$x\sqrt[n]{a}, \quad y\sqrt[n]{a}$$

diciamo che siamo in presenza di due "radicali simili". Pertanto:

**due radicali si dicono "simili" se hanno ugual indice e ugual radicando**  
(= se differiscono al più per il fattore esterno)

Esempi:  $3\sqrt{5}$  e  $11\sqrt{5}$  sono radicali simili;  $x\sqrt[4]{x+y}$  e  $2\sqrt[4]{x+y}$  sono radicali simili.

**La somma algebrica di due o più radicali simili è un radicale simile ai dati, avente per coefficiente la somma algebrica dei coefficienti:**

$$(12) \quad x\sqrt[n]{a} + y\sqrt[n]{a} = (x+y)\sqrt[n]{a}$$

La (12) non necessita di dimostrazione: è infatti evidente che il secondo membro è ottenibile dal primo mediante un raccoglimento a fattore comune.

Esempi:

$$3\sqrt{5} + 11\sqrt{5} = 14\sqrt{5}; \quad x\sqrt[4]{x+y} + 2\sqrt[4]{x+y} + 2x\sqrt[4]{x+y} = (3x+2)\sqrt[4]{x+y}$$

$$7\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2} + 4\sqrt[3]{2} = 10\sqrt[3]{2}; \quad (a+b)\sqrt{3} - (a-b)\sqrt{3} = [(a+b) - (a-b)]\sqrt{3} = 2b\sqrt{3}$$

**Invece, se due radicali NON sono simili, la loro somma algebrica dev'essere lasciata indicata**  
(NON si possono ridurre in alcun modo ad un unico radicale).

Esempi:  $\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{4} = \text{STOP!}$      $\sqrt{2} + 6\sqrt[3]{2} = \text{STOP!}$

**OCCHIO!!!**



Ed eccoti alcuni altri esempi di espressioncine in cui compaiono somme algebriche di radicali:

$$\text{a) } \underline{3\sqrt{6}} - \underline{2\sqrt[3]{6}} + \underline{10\sqrt{6}} + \underline{\sqrt{6}} - \underline{\sqrt[3]{6}} = 14\sqrt{6} - 3\sqrt[3]{6}$$

$$\text{b) } \underline{7\sqrt{x}} - \underline{\sqrt{xy}} - \underline{\sqrt{x}} + \underline{x\sqrt{x}} - \underline{8\sqrt{xy}} + \underline{\sqrt[3]{xy}} = (6+x)\sqrt{x} - 9\sqrt{xy} + \sqrt[3]{xy}$$

$$\text{c) } \sqrt{50} + \sqrt{8} = \sqrt{5^2 \cdot 2} + \sqrt{2^3} = 5\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

$$\text{d) } \sqrt{x^3 - x^2} - \sqrt{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} = \sqrt{x^2(x-1)} - \sqrt{(x-1)^3} = x\sqrt{x-1} - (x-1)\sqrt{x-1} = (\cancel{x} - \cancel{x} + 1)\sqrt{x-1} = \sqrt{x-1}$$

$$\text{e) } \sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{\frac{27}{25}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} - \frac{\sqrt{3^3}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{5} = \frac{5\sqrt{3} - 6\sqrt{3}}{10} = -\frac{\sqrt{3}}{10}$$

$$\text{f) } \frac{a\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^2} - \sqrt[6]{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a-1}} = \frac{a\sqrt[6]{a^3} \cdot \sqrt[6]{a^4} - \sqrt[6]{a}}{a-1} = \frac{a\sqrt[6]{a^7} - \sqrt[6]{a}}{a-1} = \frac{a^2 \cdot \sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{a}}{a-1} = \frac{(a^2-1)\sqrt[6]{a}}{a-1} = \frac{(a+1)(\cancel{a-1})\sqrt[6]{a}}{\cancel{a-1}} = (a+1)\sqrt[6]{a}$$