17. DAI "RADICALI ASSOLUTI" AI "RADICALI IN $\mathbb{R}$ "

**E dopo questa prima fase in cui, per rendere più semplice l'impostazione della teoria,
ci siamo limitati a considerare radicali a radicando positivo (≥ 0),
siamo ora pronti per accettare, in certi casi (e precisamente: quando l'indice è dispari)
anche un radicando negativo**.

In definitiva:

I) **Se INDICE è DISPARI**: $\boxed{\sqrt[2n+1]{a}}$

- **il radicando potrà essere positivo, negativo o nullo**;
- **il valore del radicale, ossia il risultato dell'estrazione di radice,
avrà lo stesso segno del radicando**, quindi sarà, rispettivamente, positivo, negativo o nullo.

Esempi:

$\sqrt[3]{8}=2$;

$\sqrt[3]{-125}=-5$;

$\sqrt[3]{0}=0$;

$\sqrt[3]{-10}=-2{,}154...$ (notare che è $\sqrt[3]{-10}=-\sqrt[3]{10}$; in generale, si ha sempre $\boxed{\sqrt[2n+1]{-x}=-\sqrt[2n+1]{x}}$)

II) **Se INDICE è PARI**: $\boxed{\sqrt[2n]{a}}$

- **il radicando dovrà essere positivo o nullo**,
altrimenti la radice non si potrebbe estrarre (operazione impossibile;
ne riparleremo, comunque, quando introdurremo l'insieme $\mathbb{C}$ dei "numeri complessi");
- **il valore del radicale, ossia il risultato dell'estrazione di radice, sarà
QUEL NUMERO POSITIVO O NULLO
che, elevato all'esponente 2n, riproduce il radicando.**
Infatti la comunità matematica ha deciso, per diversi ottimi motivi,
che non debba intendersi, tanto per fare un esempio, $\cancel{\sqrt{9}=\pm 3}$, bensì $\sqrt{9}=3$.

Quindi, ricapitolando (IMPORTANTISSIMO!!!):

♥ **IN CASO DI INDICE PARI,
SIA IL RADICANDO CHE IL RISULTATO SONO POSITIVI (≥ 0):**

♪ **il *radicando*, perché altrimenti l'operazione sarebbe impossibile;**

♫ **il *risultato*, per CONVENZIONE.**

Esempi: $\sqrt[4]{16}=2$ (e NON ± 2); $\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$ $\left(\text{e NON } \pm\frac{3}{5}\right)$; $\sqrt{0}=0$; $\sqrt[6]{-1}=$ IMPOSSIBILE

OCCHIO, ALLORA!
L'equazione $x^2=144$ ha DUE soluzioni,
ma il simbolo $\sqrt{144}$ indica la sola soluzione POSITIVA!
Quella negativa si indicherà con $-\sqrt{144}$ e si potrà scrivere, in forma compatta,
che le soluzioni dell'equazione data sono i due numeri $\pm\sqrt{144}$
($+\sqrt{144}=+12$, $-\sqrt{144}=-12$)

- ❑ Si può verificare che **tutte le regole di calcolo imparate per i "radicali assoluti"**
(= i radicali a radicando positivo sui quali abbiamo basato fino al par. precedente la nostra trattazione)
continuano a valere anche per i "radicali in $\mathbb{R}$ ", ossia per quella famiglia di radicali "ampliata"
che si ottiene accettando pure i radicali con indice dispari e radicando negativo.

- ❑ Per quanto riguarda i **radicali con indice pari,
ci sono alcune delicate questioni di segno che costringono,
in certi casi, ad introdurre un simbolo di valore assoluto.**
Di questo argomento si occupa il paragrafo successivo.