EQUAZIONI DI 2° GRADO CON COEFFICIENTI IRRAZIONALI

1) $\left(-2x\right)^2-\left(x+3\right)^2=6\left(\sqrt{2}-x\right)$

$4x^2-x^2\cancel{-6x}-9=6\sqrt{2}\cancel{-6x}$

$\cancel{3}x^2=\cancel{9}^3+\cancel{6}^2\sqrt{2}$

$x^2=3+2\sqrt{2}$

$x=\pm\sqrt{3+2\sqrt{2}}=\pm\sqrt{\left(\sqrt{2}+1\right)^2}=\pm\left(\sqrt{2}+1\right)$

2) $x\left(x+4\sqrt{6}\right)=126;\qquad x^2+4x\sqrt{6}=126;$

$x^2+4x\sqrt{6}-126=0$

$x_{1,2}\underset{\substack{\text{con la}\\ \text{formula}\\ \text{RIDOTTA}}}{=}-2\sqrt{6}\pm\sqrt{\left(2\sqrt{6}\right)^2+126}=$

$=-2\sqrt{6}\pm\sqrt{24+126}=-2\sqrt{6}\pm\sqrt{150}=$

$=-2\sqrt{6}\pm\sqrt{25\cdot 6}=-2\sqrt{6}\pm 5\sqrt{6}=\begin{cases}-7\sqrt{6}\\ 3\sqrt{6}\end{cases}$

3) $x^2+2\sqrt{5}\left(5-2x\right)=2\left(2x-9\right)$

Svolgiamo innanzitutto i calcoli, trasportiamo e ordiniamo per portare sotto la forma $ax^2+bx+c=0$ ... (NOTA)

$x^2+10\sqrt{5}-4x\sqrt{5}=4x-18$

$x^2-4x\sqrt{5}-4x+18+10\sqrt{5}=0$

$\boxed{x^2-4\left(\sqrt{5}+1\right)x+2\left(9+5\sqrt{5}\right)=0}$

... e a questo punto applichiamo la formula (ridotta con $a=1$, *quindi "ridottissima"), con coefficienti*

$\boxed{a=1\quad b=-4\left(\sqrt{5}+1\right)\quad c=2\left(9+5\sqrt{5}\right)}$:

$x_{1,2}=2\left(\sqrt{5}+1\right)\pm\sqrt{\left[2\left(\sqrt{5}+1\right)\right]^2-2\left(9+5\sqrt{5}\right)}=$

$=2\left(\sqrt{5}+1\right)\pm\sqrt{4\left(\sqrt{5}+1\right)^2-18-10\sqrt{5}}=$

$=2\left(\sqrt{5}+1\right)\pm\sqrt{4\left(5+1+2\sqrt{5}\right)-18-10\sqrt{5}}=$

$=2\sqrt{5}+2\pm\sqrt{24+8\sqrt{5}-18-10\sqrt{5}}=$

$=2\sqrt{5}+2\pm\sqrt{6-2\sqrt{5}}=$

$=2\sqrt{5}+2\pm\sqrt{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}=$

$=2\sqrt{5}+2\pm\left(\sqrt{5}-1\right)=\begin{cases}2\sqrt{5}+2-\sqrt{5}+1=\sqrt{5}+3\\ 2\sqrt{5}+2+\sqrt{5}-1=3\sqrt{5}+1\end{cases}$

♥ NOTA
Si porta tutto a primo membro:
prima i termini con x^2,
poi i termini con x,
infine gli altri (termini noti).
Se i termini contenenti x^2 sono più d'uno, fra essi si raccoglie x^2;
se i termini contenenti x sono più d'uno, fra essi si raccoglie x.

Avrai osservato che è nostra abitudine, quando ci serviamo della formula, applicarla sempre
♪ PRIMA col "–"
♫ e POI col "+".
Ciò è conveniente perché in tal modo, se, come di norma accade, il *denominatore* è *positivo*, la soluzione ricavata *per prima* sarà la *minore* fra le due; ossia, ci ritroveremo automaticamente le due soluzioni *ordinate per valori crescenti*.
E questo ci farà comodo, in particolare, quando dalle equazioni di 2° grado passeremo alle *disequazioni*.

4) $3\left(x-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)=2x^2$

$3\left(x\sqrt{3}+x-\sqrt{3}-1\right)=2x^2;\qquad 3x\sqrt{3}+3x-3\sqrt{3}-3=2x^2;$

$-2x^2+3x\sqrt{3}+3x-3\sqrt{3}-3=0;\qquad 2x^2-3x\sqrt{3}-3x+3\sqrt{3}+3=0$

$\boxed{2x^2-3x\left(\sqrt{3}+1\right)+3\left(\sqrt{3}+1\right)=0}\qquad\boxed{\textit{Ci siamo!}\ a=2,\ b=-3\left(\sqrt{3}+1\right),\ c=3\left(\sqrt{3}+1\right)}$

$$x_{1,2}=\frac{3\left(\sqrt{3}+1\right)\pm\sqrt{9\left(\sqrt{3}+1\right)^2-24\left(\sqrt{3}+1\right)}}{4}=\frac{3\sqrt{3}+3\pm\sqrt{9\left(3+1+2\sqrt{3}\right)-24\sqrt{3}-24}}{4}=$$

$$=\frac{3\sqrt{3}+3\pm\sqrt{36+18\sqrt{3}-24\sqrt{3}-24}}{4}=\frac{3\sqrt{3}+3\pm\sqrt{12-6\sqrt{3}}}{4}=\frac{3\sqrt{3}+3\pm\sqrt{\left(3-\sqrt{3}\right)^2}}{4}=$$

$$=\frac{3\sqrt{3}+3\pm\left(3-\sqrt{3}\right)}{4}=\begin{cases}\dfrac{3\sqrt{3}\cancel{+3}\cancel{-3}+\sqrt{3}}{4}=\dfrac{\cancel{4}\sqrt{3}}{\cancel{4}}=\sqrt{3}\\[2ex] \dfrac{3\sqrt{3}+3+3-\sqrt{3}}{4}=\dfrac{\cancel{2}\sqrt{3}+\cancel{6}^3}{\cancel{4}_2}=\dfrac{\sqrt{3}+3}{2}\end{cases}$$