3. A COSA *NON* SERVONO I NUMERI COMPLESSI

Il discorso fatto ti avrà certamente lasciato molto perplesso.
Ma insomma: cos'è questa storia, che di fronte ad una operazione impossibile si possono inventare nuovi numeri in modo che, nell'insieme numerico più ampio così ottenuto, l'operazione divenga possibile?
Questa procedura sa di "trucco", di "fregatura"; ci fa perdere fiducia nei matematici, che parrebbero tirare per il collo ogni questione fino a risolvere tutto e ad aver sempre ragione.
In tutta onestà, ti assicuro che le cose non stanno così.

Vorrei farti riflettere almeno sui due punti seguenti.

a) L'operazione $\frac{a}{0}$, con a numero reale non nullo,
NON può essere resa possibile tramite il passaggio ad un insieme numerico più vasto di $\mathbb{R}$ o di $\mathbb{C}$.
Infatti, indicato per assurdo con ∇ il risultato dell'operazione (tanto per fissare le idee) $\frac{1}{0}$, si avrebbe

$$\frac{1}{0} = \nabla$$

e quindi, essendo la divisione l'operazione inversa della moltiplicazione, $\nabla \cdot 0 = 1$.
Ora, se noi consideriamo le seguenti due espressioni:

i) $(\nabla \cdot 0) \cdot 0 = 1 \cdot 0 = 0$

ii) $\nabla \cdot (0 \cdot 0) = \nabla \cdot 0 = 1$

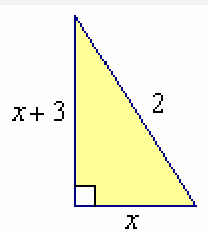
vediamo che ∇ sarebbe tale da distruggere, qualora venisse “accettato” come elemento di una famiglia di numeri, la validità della proprietà associativa della moltiplicazione, nell’ambito di quella famiglia.
Per questo fatto, ∇ NON ha il diritto di essere considerato un "numero".
L'operazione 1/0 è destinata a rimanere sempre e comunque IMPOSSIBILE, qualunque sia l'insieme numerico in cui si supponga di lavorare.

b) **I numeri complessi hanno applicazione soltanto in ambiti molto particolari, ad esempio in Ingegneria Elettronica o in certe questioni avanzate di Fisica. Non ha alcun senso usarli per misurare lunghezze, intervalli di tempo, pesi**, ecc.
Se ti dico: vengo a trovarti fra 3 ore (3 è un numero intero), dico una cosa sensata.
Se ti dico che verrò fra 3/4 d’ora (3/4 è un numero razionale) dico pure una cosa sensata.
Se prometto che verrò fra $\sqrt{2}$ ore ($\sqrt{2}$ è un numero irrazionale) ti farò probabilmente sorridere, ma in linea di principio l’affermazione è sensata, perché $\sqrt{2} = 1,4142136...$
e, se faccio scattare il cronometro in questo momento (istante t = 0), ad un certo punto lo scorrere del tempo porterà all’attraversamento dell’istante $\sqrt{2}$ (supponendo di misurare il tempo in ore); ragionando in minuti, si tratterà di

$$\sqrt{2} \cdot 60 = 1,4142136... \cdot 60 = 84,8528137... = 1h + 24,8528137... \text{ minuti.}$$

Ma se ti dico che ci vedremo fra *i* ore, dico una cosa che è assolutamente priva di senso.

♪ Consideriamo, per chiarire ancor meglio il discorso, il problema seguente:
"*Trovare i cateti di un triangolo rettangolo di ipotenusa 2 cm, sapendo che uno dei cateti supera l'altro di 3 cm*".
Si riconosce immediatamente che tale problema è impossibile (non può esistere un triangolo siffatto, perché uno dei cateti sarebbe in ogni caso maggiore dell'ipotenusa).
E’ pur vero che se noi indichiamo i cateti con x, x+3, e per curiosità proviamo ad impostare l'equazione risolvente, le soluzioni, formalmente, le troviamo! Però ……



$$x^2 + (x+3)^2 = 4$$

$$2x^2 + 6x + 5 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-10}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{-1}}{2} = \frac{-3 \pm i}{2} = \left\langle \begin{array}{l} \frac{-3-i}{2} \\ \frac{i-3}{2} \end{array} \right.$$

… però **le soluzioni così determinate sono puramente formali, “fittizie” !**
Non ha alcun senso utilizzare numeri complessi per misurare segmenti !!!
Il problema è e resta **IMPOSSIBILE**.

♫ Ancora: è noto dalla Fisica che se un corpo viene lanciato verticalmente verso l'alto, e si alza da terra all'istante $t_0 = 0$ con velocità v_0
(tempo misurato in secondi, velocità in metri al secondo),
l'altezza cui si trova il corpo nel generico istante $t > 0$ è data dalla formula

$$\boxed{h = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t}$$

dove g indica l'accelerazione di gravità sulla superficie terrestre, ed è, all'incirca,
$g = 9{,}8$ *metri al secondo per secondo* $\left(9{,}8\ m/s^2\right)$.

Consideriamo il caso particolare $v_0 = 10\ m/s$.

Dunque avremo: $h = -4{,}9t^2 + 10t$.

Problema 1): in quale istante *t* il corpo si troverà a 3 metri di altezza?

$$3 = -4{,}9t^2 + 10t$$
$$4{,}9t^2 - 10t + 3 = 0$$
$$t_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 14{,}7}}{4{,}9} = \frac{5 \pm \sqrt{10{,}3}}{4{,}9} \approx \frac{5 \pm 3{,}2}{4{,}9} = \left\langle \begin{array}{l} \dfrac{1{,}8}{4{,}9} \approx 0{,}37 \\ \dfrac{8{,}2}{4{,}9} \approx 1{,}67 \end{array} \right.$$

Pertanto: il corpo si troverà a 3 metri di altezza
dopo circa 0,37 secondi dall'istante del lancio (in fase di ascesa)
e dopo circa 1,67 secondi (in fase di discesa)

Problema 2): in quale istante *t* il corpo si troverà a 1 *km* = 1000 *m* di altezza?

$$1000 = -4{,}9t^2 + 10t$$
$$4{,}9t^2 - 10t + 1000 = 0$$
$$t_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4900}}{4{,}9} = \frac{5 \pm \sqrt{-4875}}{4{,}9} = \frac{5 \pm \sqrt{4875}\ i}{4{,}9} \approx \left\langle \begin{array}{l} \dfrac{5 - 69{,}8\ i}{4{,}9} \\ \dfrac{5 + 69{,}8\ i}{4{,}9} \end{array} \right.$$

… **ma le soluzioni complesse dell'equazione risolvente del problema 2)**
non hanno alcuna interpretazione plausibile.
Il problema 2) è **IMPOSSIBILE**,
per il fatto che **con una velocità iniziale così bassa**
non si riesce a raggiungere un'altezza così elevata!!!

E' molto importante sottolineare che
NELL'INSIEME $\mathbb{C}$ NON SONO STATE DEFINITE LE RELAZIONI ">" E "<",
per cui, *dati due numeri complessi, nessuno di essi può dirsi "maggiore" o "minore" dell'altro.*
Pertanto, OCCHIO!

SE CI SI STA OCCUPANDO DI DISUGUAGLIANZE O DISEQUAZIONI,
I NUMERI COMPLESSI NON C'ENTRANO ASSOLUTAMENTE.

(Semmai, si potranno confrontare i "**moduli**" (NOTA) di due numeri complessi,
dove per "modulo" si intende, con riferimento al generico numero complesso $a + bi$,
il numero reale non negativo $|a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$. Ma questo è un altro discorso).

NOTA: *"modulo" è, per un numero complesso,*
l'analogo di quello che è il "modulo" o "valore assoluto" di un numero reale.